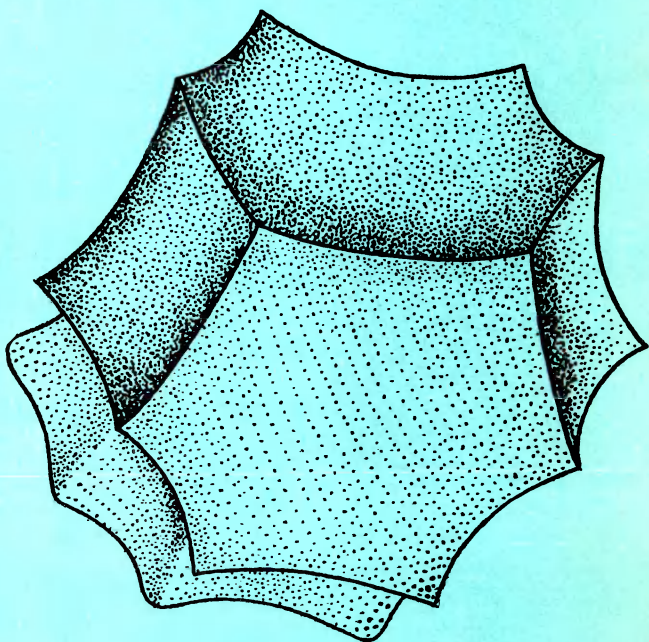


М. И. Каганов  
И. М. Лифшиц

# Квази- частицы

---



М. И. КАГАНОВ,  
И. М. ЛИФШИЦ

# КВАЗИЧАСТИЦЫ

## ИДЕИ И ПРИНЦИПЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,  
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
1989

ББК 22.382  
К12  
УДК 539.12(023)

**Каганов М. И., Лифшиц И. М.**  
К12 **Квазичастицы: Идеи и принципы квантовой физики твердого тела.— 2-е изд., испр. и доп.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.— 96 с. ISBN 5-02-014350-2.**

Популярно рассказано о характере движения атомных частиц в твердых телах. Мир разнообразных квазичастиц — квантов элементарных возбуждений кристаллов — описан просто, без привлечения математического аппарата. Объяснены удивительные свойства фононов и магнонов, плазмонов и экситонов, электронов и «дырок». Показано, как наблюдаемые свойства твердых тел связаны со свойствами квазичастиц, как, исследуя твердые тела, можно познать мир квазичастиц.

Первое издание вышло в 1976 г.

Для широкого круга читателей — от старшеклассников до специалистов-физиков.

К  $\frac{1604110000-140}{053(02)-89}$  115-90

**ББК 22.382**

**ISBN 5-02-014350-2**

© Издательство «Наука».  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1976;  
с изменениями, 1989

## ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Так получилось, что эта книга «Квазичастицы» оказалась одной из последних моих работ, выполненных совместно с Ильей Михайловичем Лифшицем. Хотя после смерти Ильи Михайловича прошло более шести лет, боль утраты не утихает. Все время ощущается отсутствие дорогого и необходимого человека, без которого пусто и одиноко. Моя жизнь проходила в непосредственной близости к Илье Михайловичу. Дипломная работа (1949 г.) и большинство работ по физике твердого тела выполнены под руководством, а нередко и при участии Ильи Михайловича. Наверное, я не погрешу против истины, если скажу, что мы дружили, хотя всегда я ощущал себя учеником своего друга — учителя.

Работа с Ильей Михайловичем доставляла наслаждение, несмотря на то, что работать с ним было совсем не просто. Я помню многочисленные беседы, из которых «рождались» будущие статьи. Некоторые из этих бесед кончались примерно так.

Илья Михайлович: «Поняли?»

Я: «Вроде бы понял (пауза), но, честно говоря, как посчитать, не представляю...»

И разговор либо продолжался, либо переносился... Никогда Илья Михайлович не раздражался, не понукал, не удивлялся непонятливости. Готовность разъяснять, учить, а не поучать делали его замечательным руководителем. Его превосходство над учениками было очевидно, но ощущали это мы — ученики, а не он — учитель. Точнее, конечно, ощущал, но не проявлял. От него никто не слышал окрика, насмешки. Похоже, он всегда боялся задеть человеческое достоинство того, с кем говорил, даже если видел некомпетентность своего собеседника...

Одно из достоинств Ильи Михайловича как ученого — способность выявить по общим представлениям в далекой от теоретической физики области ее теорфизическую суть: строго поставить задачу, найти, а иногда и создать адекватный математический аппарат для решения сформулированных им же задач. Это привлекало к нему металлословов и биологов, химиков и механиков. Илья Михайлович умел разговаривать и с математиками, не спускающимися с высот абстракции, и с инженерами, решающими прикладные задачи. Легко и щедро он одаривал идеями и тех и других.

Теорию твердого тела или, как любил уточнять Илья Михайлович, теорию конденсированного состояния вещества (считая, что квантовые жидкости и плазма «подведомственны» тому же теорфизическому аппарату, что и кристаллы) Илья Михайлович рассматривал как единую науку, использующую разнообразные модели и приближения, однако, имеющие то общее, что все они относятся к макроскопическим коллективам атомных и субатомных частиц. Прекрасно владея термодинамикой (редкое качество даже среди опытных физиков-теоретиков!), Илья Михайлович обладал тонким критицизмом, позволявшим контролировать жизнеспособность предлагаемых моделей и приближений до того как они «обросли» практически недоступными для проверки вычислениями. И еще: он видел руководящие идеи, которые пронизывают всю макроскопическую физику — от электронной теории металлов до молекулярной биологии. Свои мысли он умел изложить простым, доступным языком, понятным непрофессионалам. Популярны лекции Ильи Михайловича нравились, побуждали аудиторию (даже достаточно широкую) к вопросам, обсуждению. Из разговоров с Ильей Михайловичем, его популярных лекций, выступлений на различных советах и просто из ежедневного общения на протяжении многих лет родилась эта небольшая книжка.

Как она писалась? Как все популярные статьи и книги, которые мы писали вместе: подробно обсуждали план, затем проговаривали содержание каждого раздела (иногда это приводило к изменению плана). После разговоров надо было сесть писать. Первый вариант всегда писал я. И приносил Илье Михайловичу. Если он принимался, «шли дальше». По той радости,



ИЛЪЯ МИХАЙЛОВИЧ ЛИФШИЦ  
13.01.1917 — 23.10.1982

которую я испытывал, когда после первого прочтения можно было «пойти дальше», легко понять, что так было редко. Чаще, имея перед глазами неудовлетворительный вариант, я пытался уточнить, почему он (этот вариант) не устраивает моего учителя-соавтора. Не всегда это было легко: что-то не так, а в чем дело — понять не удавалось. Надо признаться, что, как правило, это было в тех случаях, когда я плохо знал предмет, о котором пытался написать со слов Ильи Михайловича. Бывало, правда редко, что я сдавался: «Не могу...» — и Илье Михайловичу приходилось браться за перо. Писал он медленно, зачеркивал, исправлял написанное, пытаясь четко сформулировать мысль. Я не помню случая, чтобы, «принимая работу», я не радовался: в статье или книжке появлялся нетривиальный «поворот» или удавалось рассказать сложную вещь простыми словами.

...Через год после выхода в свет «Квазичастиц» в Институте физических проблем праздновался 60-летний юбилей Ильи Михайловича. Конечно, он проходил в шутливой форме. На стене специально оформленного зала висел плакат — цитата из этой книги: «Мы хотим оградить себя от слишком буквального и потому вульгарного понимания». Присутствующие читали и улыбались: «Буквальное и потому вульгарное понимание» (?!)... Я решил сохранить эту фразу (с. 80). Мы всегда понимали, что популярное изложение с неизбежностью ведет к потерям. Особенно когда делается попытка перенести идеи, методы и модели из одной области физики в другую — более сложную и менее изученную. Конечно, при этом идеи, методы и модели должны претерпевать изменения. Буквальное перенесение приведет к вульгаризации. Очень хотелось и хочется предупредить читателя об этой опасности...

## ВВЕДЕНИЕ

Каждая достаточно развившаяся область науки может быть описана с различных позиций. Позиция зависит от автора. Она отражает его вкусы и привычки. Мы попытались изложить основные (как нам кажется) представления квантовой физики твердого тела, наибольшее внимание уделяя ответу на вопрос, давший название первому разделу: «Из чего состоит?...» Перед внутренним взором авторов все время стояла картина: пытливый мальчик разбирает игрушечный автомобиль, желая понять, как он устроен; в руках у него осто́в, на полу куча винтиков и колесиков. Мы не пытались, разобравшись в устройстве, снова сложить «автомобиль» и подробно рассказать о его работе. Мы верим, что читатель многократно сталкивался с «работой» твердых тел, описанию свойств которых посвящено много прекрасных книг.



## ИЗ ЧЕГО СОСТОИТ?...

Существуют в науке положения, которые трудно четко сформулировать. Их часто воспринимают как очевидные, но по существу они очень глубокие. При обдумывании выясняется, что эти положения вобрали в себя опыт многих веков скрупулезного исследования Природы. К таким положениям принадлежит утверждение, что материальные тела, нас окружающие, имеют структуру, что обо всем, что мы воспринимаем органами чувств и тончайшими приборами, можно спросить: «Из чего состоит?...» — и получить нетривиальный, содержательный ответ: из молекул или из атомов, из ионов или из нуклонов, из фотонов или нейтронов.

Деление вещества на молекулы, атомы, ядра, электроны, протоны и нейтроны сегодня воспринимается как трюизм — самоочевидная истина, не требующая специального доказательства, хотя от экспериментального открытия атомов и молекул до сегодняшнего дня прошло менее ста лет. И все же, не боясь ломиться в открытые двери, мы рискнем еще раз обратиться к вопросу «Из чего состоит?...» и постараемся уточнить содержание этого вопроса. Почему, хотя точно известно, что все вещества состоят из молекул, молекулы из атомов, атомы из электронов и ядер, а ядра из протонов и нейтронов, мы не удивляемся, услышав, что молекула поваренной соли состоит из *ионов* натрия и хлора, а кристалл алмаза из *атомов* углерода, а белковая макромолекула из *аминокислот*. Интуитивно мы понимаем, что спрашивающий «Из чего состоит?...» подразумевает разложение на составные части с использованием наименьших усилий. Чтобы разложить поваренную соль на ионы, достаточно ее растворить, вода из-за большой поляризуемости умень-

шает кулоновские силы притяжения, действующие между ионами, и кристалл — огромная молекула — разваливается на составные части ( $\text{NaCl} \rightleftharpoons \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$ ). Чтобы оторвать электроны от ионов натрия или хлора, нужны уже значительно бóльшие усилия. На каждый электрон — несколько электрон-вольт (эВ), а чтобы оторвать нуклон (протон или нейтрон) от ядра — в миллион раз больше (МэВ).

Таким образом, *структурная единица* оказывается чем-то не вполне однозначным, не вполне определенным. Она, по существу, зависит от глубины проникновения в структуру. Конечно, открытие кварков — гипотетических составных частиц нуклонов — было бы одним из фундаментальных открытий века, но оно не поразило бы, пожалуй, воображения, так как подготовлено всем предыдущим развитием физики, отодвигающим с каждым новым открытием все глубже в недра вещества элементарную сущность, первооснову материи, пресловутые «кирпичи», из которых все построено \*).

Понятия: элементарная частица, структурная единица и тому подобные — несомненно имеют условный смысл, характеризуя либо уровень развития физики, либо набор средств (усилий), применяемых для выделения структурной единицы. Однако есть в этих понятиях и объективное содержание, допускающее четкую количественную оценку. *Молекулу* можно считать элементарной частицей в тех явлениях, в которых она выступает как нечто *целое*, т. е. не подвергается ударам, способным ее разрушить. Так как энергия связи атомов в молекуле известна, то можно строго очертить тот круг явлений и значения параметров, их описывающих, в которых молекула — элементарная частица. И, более того, можно всегда указать точность понятия «элементарная частица». Так, например, молекулярный газ при любой температуре в своем составе имеет «осколки» молекул — атомы, ионы. Чем температура выше, тем их больше, чем температура ниже, тем их меньше. Концентрация «осколков» — мера точности понятия «элементарный» по отношению к молекуле в газе.

---

\*) Сейчас никто не сомневается в существовании кварков, хотя до сих пор обсуждаются причины невозможности наблюдать кварки в свободном пространстве — вне «элементарных» частиц. (Примеч. М. И. К.)

Этот пример показывает, что хотя выбор составных частей не однозначен, он однозначно диктуется физическими условиями. Отметим: один и тот же объект, даже в одних и тех же условиях, в одних экспериментах приходится считать состоящим из одних элементарных частиц, а в других экспериментах — из других. Обратимся опять к простому примеру молекулярного газа при не слишком высоких температурах. Исследуя теплоемкость молекулярного газа, мы убедимся, что с вполне достаточной точностью можем считать его состоящим из молекул. Небольшой примесью ионов можно попросту пренебречь. Однако, изучая электропроводность того же молекулярного газа, нам придется признать, что ток в молекулярном газе «состоит» из ионов. Именно *ионы являются элементарными частицами при рассмотрении электропроводности* молекулярного газа. Нейтральные молекулы при подобном эксперименте играют роль фона. Этот пример показывает, что именно мы вкладываем в понятия «элементарная частица», «состоит» и т. д.

Молекулы газа можно считать элементарными частицами при исследовании теплоемкости газа потому, что, во-первых, энергия газа  $E$  с хорошей степенью точности есть сумма энергий отдельных молекул, а, во-вторых, при расчете энергии отдельной молекулы можно не учитывать внутренних движений в молекуле \*).

Ток следует считать состоящим из ионов потому, что только ионы в молекулярном газе переносят заряд под воздействием внешнего электрического поля. Следовательно, ток, проходящий через газ, есть сумма элементарных токов отдельных ионов (элементарный ток иона равен его заряду, умноженному на его скорость).

Таким образом, понятие «элементарная частица» подразумевает *аддитивность* чего-то, состоящего из вводимых элементарных частиц — порций.

Требование аддитивности для того, из чего состоит тело, особенно наглядно демонстрируется на таком

---

\*) Возможность в определенных условиях пренебрегать внутренними движениями — следствие квантования энергии. Как правило, первое возбужденное состояние молекулы имеет энергию, значительно превышающую  $kT$  (здесь  $T$  — температура газа,  $k$  — постоянная Больцмана).

понятии, как масса, если воспользоваться понятием дефекта массы — следствием соотношения Эйнштейна  $E=mc^2$  ( $E$  — энергия,  $m$  — масса,  $c$  — скорость света), согласно которому уменьшение энергии тела делает его легче. Устойчивость кристаллической фазы означает, что энергия кристалла меньше, чем сумма энергий разъединенных молекул, т. е. удаленных на бесконечное расстояние друг от друга. Возьмем в виде примера кристалл твердого водорода. Его масса равна сумме масс молекул с точностью до дефекта масс. Дефект масс в этом случае очень мал и равен в расчете на одну молекулу  $\approx 10^{-37}$  г.

При «разложении» молекулы водорода на два атома ( $H_2 \rightleftharpoons H + H$ ) он составляет уже  $\approx 5 \cdot 10^{-34}$  г, а разложение атома водорода на протон и электрон ( $H \rightleftharpoons p + e$ ) приводит к дефекту массы, равному  $3 \cdot 10^{-33}$  г. Эта цепочка цифр ( $10^{-37}$ ,  $5 \cdot 10^{-34}$ ,  $3 \cdot 10^{-33}$ ) указывает степень точности утверждения: «Твердый водород состоит из...» Естественно, что наиболее точным, но не абсолютно точным является утверждение: «Твердый водород состоит из молекул водорода  $H_2$ ». Подчеркнем: строгое содержание это утверждение обрело потому, что мы рассмотрели вполне определенное свойство кристалла — его массу. Если проанализировать это же утверждение «с точки зрения» энергии, то мы убедимся, что оно лишено смысла. Энергия кристалла  $E_{кр}$  не может быть представлена в виде суммы энергий отдельных невзаимодействующих молекул, так как энергия взаимодействия молекул друг с другом отнюдь не мала по сравнению с их кинетической энергией.

## ФОТОНЫ

Хотя квантовая механика показала, что между волнами и частицами (корпускулами) нет той пропасти, того, казалось бы, непреодолимого различия, которое постулировала классическая физика, все же ясно, что электромагнитные волны и частицы — качественно отличающиеся сущности. И вывод классической доквантовой физики о том, что мир состоит из частиц и электромагнитных полей-волн, по существу, без каких-либо изменений должен быть принят и сегодня.

Квантовая механика углубила, развила понятия «волна» и «частица», показав, что частицы обладают

волновыми свойствами, а волны — корпускулярными, но в то же время не ликвидировала различие между двумя формами существования материи (полевой и корпускулярной).

Итак, пространство между частицами, из которых состоят тела, наполнено электромагнитным полем, меняющимся во времени, поглощающимся частицами и этими же частицами порождаемым. Имеет ли право на существование вопрос: «Из чего состоит электромагнитное поле?» И если такой вопрос правомочен, то как на него ответить?

Удобно разложить электромагнитное поле по *плоским монохроматическим волнам*, т. е. напряженность электрического и магнитного поля в любой точке пространства в любой момент времени представить в виде суммы плоских монохроматических волн с определенными частотой  $\omega$  и длиной волны  $\lambda$ . Уравнения электродинамики приводят к выводу, что в пустоте  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , где  $c$  — скорость света.

Процедура разложения математически строга. Электромагнитное поле в вакууме между телами можно точно представить в виде суперпозиции (суммы) плоских монохроматических волн. Заметим, что при этом энергия поля есть сумма энергий составляющих его плоских волн. Это утверждение относится и к потоку энергии. Поэтому, считая плоскую монохроматическую волну элементарным волновым образованием, можно утверждать, что любое электромагнитное поле *состоит* из плоских монохроматических волн.

Корпускулярные свойства электромагнитных волн проявляются в том, что существуют наименьшие порции (кванты) электромагнитной энергии. Величина кванта энергии  $\epsilon$  пропорциональна частоте волны  $\omega$ , а коэффициент пропорциональности есть знаменитая постоянная Планка  $\hbar \approx 10^{-27}$  эрг·с. Энергия  $E_\omega$  электромагнитной волны с частотой  $\omega$  равна целому числу квантов  $\hbar\omega$ , т. е.  $E_\omega = n\hbar\omega$ , где  $n = 1, 2, \dots$  — произвольное целое число. Квант электромагнитной энергии обладает всеми атрибутами квантовой частицы; его импульс, например, равен  $2\pi\hbar/\lambda$ . Связь между энергией кванта и его импульсом особенно проста — энергия пропорциональна импульсу:  $\epsilon = c\rho$ . Напомним, что энергия  $\epsilon$  обычной частицы пропорциональна квадрату импульса:  $\epsilon = p^2/2m$ , где  $m$  — масса частицы.

Так мы пришли к корпускулярной картине электромагнитного поля. Оно *состоит* из специфических корпускул, квантов, получивших специальное наименование — *фотон*. Задать состояние электромагнитного поля, например, в резонаторе, означает указать, сколько и каких имеется в нем фотонов.

Фотоны — не просто удобный способ описания электромагнитного поля. Есть большое число экспериментальных фактов, которые вообще нельзя понять, если отказаться от корпускулярных представлений. Например, фотоэффект, в процессе которого электрон поглощает фотон, а его энергия после поглощения зависит от частоты падающего света. Или комптоновское рассеяние света, т. е. неупругое рассеяние фотона на электроне. При рассеянии фотон отдает часть своей энергии электрону, что приводит к изменению его частоты. Другими словами, чтобы подчеркнуть корпускулярный характер явления: рассеяние света на электроне заключается в том, что электрон поглощает фотон с энергией  $\hbar\omega$  и рождает фотон с энергией  $\hbar\omega'$ ; конечно, при этом  $\omega' < \omega$ . Разность энергий  $\hbar(\omega' - \omega)$  поглощает электрон — наблюдается отдача. Фотон с электроном сталкиваются как два шарика, правда, с разными массами. Под напором этих и подобных фактов и возникло представление о фотонах.

Может показаться, что главное различие между фотоном и обычной частицей — в зависимости энергии от импульса. Легко убедиться, что это не так. Как известно, точная релятивистская формула, связывающая энергию частицы с ее импульсом, есть  $E = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2}$  (здесь  $m$  — масса покоя частицы). Видно, что при очень больших импульсах (ультрарелятивистский случай), когда  $p \gg mc$ , зависимости энергии от импульса у обычных частиц и у фотонов почти неразличимы.

Более того, есть частицы, все свойства которых дают основания считать их «обычными» частицами, а масса их, как и масса фотонов, равна нулю, и закон дисперсии строго совпадает с законом дисперсии фотонов. Эти частицы — нейтрино. И еще: в волноводе фотон подчиняется закону дисперсии, совпадающему с законом дисперсии обычной релятивистской частицы:  $\hbar\omega = \sqrt{\epsilon_0^2 + c^2p^2}$ , где  $p$  — импульс движения фотона вдоль волновода, а  $\epsilon_0$  — энергия покоя фотона. Она обратно пропорциональна радиусу  $R$  волновода.

Можно даже ввести понятие массы покоя фотона  $m^* = \beta \frac{\hbar}{Rc}$  (здесь  $\beta$  — числовой множитель).

## БОЗОНЫ И ФЕРМИОНЫ

В настоящее время открыто большое число разнообразных элементарных частиц. Элементарных в том смысле, что мы почти ничего не знаем об их структуре. Одна частица от другой отличаются не только значениями массы, но и, кроме того, целым набором свойств: способностью вступать в те или другие реакции, временем жизни и т. д.

Из всех свойств элементарных частиц мы отметим только одно — *спин* — своеобразное квантовое свойство микрочастиц. Пытаясь создать классическую аналогию понятию «спин», обычно представляют себе частицу в виде субмикроскопического вращающегося волчка. По спину все частицы делятся на два класса. Представителей одного класса принято называть *фермионами*, а представителей другого — *бозонами*. Спин частицы равен  $\hbar\sqrt{s(s+1)}$ , причем  $s$  равно 0, либо  $1/2$ , либо 1, либо  $3/2$  и т. д. Если  $s=0$ , либо 1, либо 2 и т. д., то частицу причисляют к бозонам, если  $s=1/2$ , либо  $3/2$  и т. д., то — к фермионам. Электроны, протоны, нейтроны, нейтрино — фермионы; фотоны и  $\pi$ -мезоны — бозоны.

Спин — индивидуальное свойство — свойство каждой *отдельной* частицы, но при этом спин определяет поведение частиц *в коллективе*. Так, не может быть двух фермионов в одном и том же квантовом состоянии. Это утверждение принято называть принципом запрета Паули. По сути, именно он объясняет разнообразие структур атомов. Не будь принципа Паули, все электроны в любом атоме собрались бы в основном, наинизшем состоянии.

Бозоны, наоборот, любят накапливаться в одном состоянии. В любом состоянии фермион может появиться (родиться) только в том случае, если это состояние свободно, а вот вероятность рождения бозона тем больше, чем больше частиц в данном состоянии.

Фермионы — индивидуалисты, а бозоны — коллективисты.

Следует подчеркнуть, что влияние спина на поведение нескольких частиц не сводится к *силовому* взаимодействию между ними и поэтому не имеет никакого классического аналога.

## КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА

Осознание атомной структуры вещества породило комплекс наук, объединенных общей идеей объяснения макроскопических свойств на основе знаний законов движения отдельных частиц,— статистическую физику. Наиболее наглядные представления возникают при изучении свойств газов, которые из-за сравнительно малого взаимодействия между частицами могут быть полностью описаны в терминах, относящихся к поведению отдельной частицы. Исследуя свойства газов, часто можно считать, что частицы вовсе не взаимодействуют друг с другом. Газ, состоящий из невзаимодействующих частиц, называют *идеальным*. Надо, правда, помнить, что равновесие в газе наступает только благодаря взаимодействию. Чем взаимодействие между частицами меньше, тем дольше будет устанавливаться равновесное состояние. Однако при изучении равновесного состояния о взаимодействии, если оно мало, можно попросту не думать. Важно при этом учесть, что для газов в хорошем приближении все макроскопические величины (масса, энергия, давление и т. п.) аддитивны.

Аддитивность, по существу, есть необходимое условие для возможности *сведёния, т. е. вывода макроскопических свойств на основе исследования свойств отдельных частиц*, ведь само понятие «отдельная частица» означает независимость (хотя бы приближенную) от остальных частиц тела. В этом смысле идеальный газ — важнейший объект исследования статистической физики.

Подчеркнем еще раз: *индивидуальные свойства частиц включают в себя свойства, определяющие их поведение при взаимодействии с другими частицами*. Эти свойства принято делить на те, которые отвечают за силовое взаимодействие, их именуют *зарядами*, и на те, которые не связаны с силовым взаимодействием, их называют *спинами*. Например, протон имеет, кроме электрического заряда, барионный заряд, а также заряд, описывающий так называемое слабое



взаимодействие — различные виды  $\beta$ -распада; а нейтрон не обладает электрическим зарядом, хотя два других заряда у него есть. Кроме обычного спина и протону, и нейтрону приписывают изотопический спин, равный  $+1/2$  для протона и  $-1/2$  для нейтрона. Спин, как и заряд, — индивидуальное свойство частицы, предписывающее ей законы поведения в коллективе.

Существование между частицами, кроме силового взаимодействия, специфического квантового, коррелирующего движения атомных частиц, ощущается частицами газа, расположенными друг относительно друга на расстоянии порядка или меньше средней длины волны де Бройля  $\lambda = 2\pi\hbar/\bar{p}$ , где  $\bar{p} \sim \sqrt{mT^*}$  — средний импульс частицы газа при температуре  $T^*$ ). С падением температуры это расстояние, естественно, увеличивается.

Квантовая корреляция заставила пересмотреть не только законы движения отдельных атомных и субатомных частиц, но и существенно изменила статистическую физику. Наиболее часто упоминается в этой связи принцип запрета Паули (см. выше), согласно которому в данном состоянии может находиться только один фермион. На бозоны принцип запрета не распространяется. Поэтому естественно, что свойства газов фермионов и бозонов существенно отличаются друг от друга. Правда, отличие проявляется только при достаточно низких температурах газов:  $T \lesssim n^{2/3}\hbar^2/m$ , где  $n$  — число частиц газа в единице объема,  $m$  — масса частицы.

Температура  $T_0 = n^{2/3}\hbar^2/m$  носит название *температуры вырождения*. Отметим, что температура вырождения — существенно квантовое понятие ( $T_0 \sim \hbar^2$ ). Смысл температуры вырождения легко понять: при  $T = T_0$  произведение среднего теплового импульса частицы  $p$  и среднего расстояния между частицами (которое приблизительно равно  $n^{-1/3}$ ) приблизительно равно постоянной Планка  $\hbar$ . При  $T \lesssim T_0$  квантовый характер движения проявляется отчетливо. Квантовые (вырожденные) газы в природе отнюдь не редкость. Электроны в металле, нейтронные

---

\*) Мы часто будем употреблять систему единиц, в которой  $\hbar = 1$ , т. е. считать, что температура выражена в энергетических единицах.

звезды — примеры квантовых газов фермионов в абсолютно несхожих условиях.

Нам придется несколько подробнее остановиться на квантовых свойствах газов элементарных частиц. Подчеркнем еще раз, что при высоких температурах ( $T \gg T_0$ ) газы и фермионов, и бозонов ведут себя одинаково, причем независимость в движении отдельных частиц газа проявляется, в частности, в том, что полная энергия равновесного газа пропорциональна числу частиц в нем, или, другими словами, *средняя* энергия частицы не зависит от полного числа частиц в единице объема.

Отметим еще, что для обычных газов, состоящих из атомов и молекул, температура вырождения столь низка, что квантовые свойства «не успевают» проявиться, так как газ «раньше» — при более высокой температуре — превращается в жидкость и даже затвердевает.

### ГАЗ ФЕРМИОНОВ

(ферми-дираковское вырождение)

При абсолютном нуле температуры движение частиц — фермионов не прекращается. Равенство нулю импульсов *всех* частиц противоречило бы принципу запрета Паули. Сочетание двух условий, минимума энергии и принципа Паули, приводит к тому, что фермионы заполняют все состояния с импульсом, меньшим некоторого  $p_F$ , где  $p_F$  — граничный или фермиевский импульс (рис. 1). Для частиц со спином, равным  $1/2$ , значение  $p_F$  составляет  $\sqrt[3]{3\pi^2 n \hbar}$ . Средняя энергия частицы газа при  $T=0$  равна  $\frac{3}{8} \epsilon_F$ , где  $\epsilon_F = p_F^2/2m$ . Обратим внимание на то, что средняя энергия частицы зависит от числа частиц в единице объема. Это — следствие *квантовой корреляции* в движении частиц, следствие принципа Паули.

При температурах, отличных от нуля, но достаточно низких ( $T \ll T_0$ ) состояние газа незначительно отличается от его состояния при  $T=0$  (см. рис. 1) — с повышением температуры небольшое число частиц переходит из состояний с  $p < p_F$  в состояния с  $p > p_F$ . Естественно, число таких частиц зависит от температуры. Мы видим, что возбуждение газа фермионов характеризуется появлением свободных состояний —

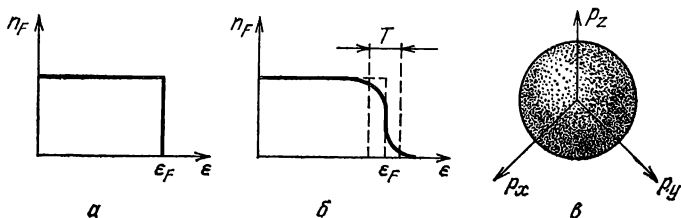


Рис. 1. *а* — Функция Ферми (функция распределения фермионов) при  $T=0$  — ферми-ступенька: все состояния с  $\epsilon < \epsilon_F$  заняты ( $n_F=1$ ), а все состояния с  $\epsilon > \epsilon_F$  свободны ( $n_F=0$ ). *б* — Функция Ферми при  $T \neq 0$ , но  $T \ll \epsilon_F$ . Состояния вблизи  $\epsilon = \epsilon_F$  частично заняты ( $n_F \neq 0$  и  $n_F \neq 1$ ). *в* — Ферми-сфера — сфера в пространстве импульсов радиуса  $p_F$ , внутри которой находятся все частицы при абсолютном нуле температуры

«дырок» — с импульсом  $p < p_F$  и частиц с  $p > p_F$ . Если число частиц газа задано, то элементарное (простейшее) возбуждение газа может быть только таким: появление частицы и «дырки». В этом и в подобных случаях говорят, что фермиевские возбуждения рождаются парами — частица и дырка. Возбуждения могут аннигилировать: когда частица занимает свободное место с  $p < p_F$ , исчезают и частица, и дырка.

Энергию системы принято отсчитывать от энергии ее основного состояния. Энергия ферми-газа при  $T \ll T_0$ , отсчитанная от энергии основного состояния, есть, конечно, сумма энергий частиц и дырок. При этом средняя энергия частицы (дырки) почти не зависит от числа частиц (дырок), т. е. корреляция в их движении почти отсутствует (корреляция тем меньше, чем меньше частиц и дырок). Квантовые свойства газа фермионов проявляются, в частности, в том, что его теплоемкость  $C$  уменьшается с понижением температуры ( $C$  пропорциональна  $T$ ).

## ГАЗ БОЗОНОВ

(бозе-эйнштейновское вырождение)

При абсолютном нуле температуры все частицы «покоятся» — их импульсы равны нулю, но координаты частиц при этом вовсе не определены. При  $T \neq 0$  (но  $T \ll T_0$ ) почти все частицы имеют импульс, равный нулю, лишь небольшое число частиц имеет импульс,

отличный от нуля (движутся). Число подвижных частиц (с импульсом  $p \neq 0$ ) тем больше, чем выше температура. Их число пропорционально  $T^{3/2}$ . Только при температурах, больших  $T_B = 3,31 T_0$ , все частицы движутся;  $T_B$  — значение температуры вырождения идеального газа бозонов со спином, равным нулю.

При  $T \leq T_B$  средняя энергия частиц газа зависит от их числа, однако если при  $T \ll T_B$  учитывать только движущиеся частицы (с импульсом  $p \neq 0$ ), то эта зависимость исчезает. В данном случае роль элементарных возбуждений играют *движущиеся* частицы. Их число, конечно, не сохраняется. Заметим, что в бозе-газе элементарные возбуждения рождаются поодиночке. Квантовые свойства газа бозонов проявляются в зависимости его теплоемкости  $C$  от температуры:  $C$  пропорциональна  $T^{3/2}$ .

Мы рассмотрели два простейших примера — системы невзаимодействующих фермионов и бозонов — и убедились, что квантовая корреляция существенно меняет их свойства, лишая свойства квантовых газов привычной наглядности, воспитанной на классических примерах.

Подчеркнем следующее обстоятельство. И в ферми- и в бозе-газе есть одна характерная температура — температура вырождения. Хотя температуры вырождения ферми- и бозе-газов немного отличаются, обе они порядка  $T_0 = n^{2/3} \hbar^2 / m$ . При высоких температурах ( $T \gg T_0$ ) квантовая корреляция вовсе несущественна — газ проявляет свои привычные свойства: *средняя энергия газа пропорциональна числу частиц*, т. е. движение *каждой* частицы вовсе не зависит от движения других частиц — действует закон равномерного распределения.

Частицы и дырки в ферми-газе и движущиеся частицы в бозе-газе иногда называют *квазичастицами*, хотя ясно, что в данном случае квазичастицы — те же частицы газа, только иначе (более удобно) перечисленные\*). Число квазичастиц, естественно, не сохраняется — оно изменяется с температурой. При низких температурах ( $T \ll T_0$ ) квазичастиц мало, и при-

---

\*) Выделены (названы квазичастицами) те из частиц, состояние которых отличается от состояния при  $T=0$ . Общепринятое понятие «квазичастица» будет введено позже, и будет сформулировано различие между частицами и квазичастицами.

вычные газовые свойства проявляют квазичастицы, корреляция между движением которых несущественна. При температурах, близких температуре вырождения, свойства газов нельзя рассматривать, изучая классическое движение отдельных частиц или квазичастиц. Хотя силового взаимодействия между частицами нет, их движение скоррелировано, и наглядная классическая газовая картина неверна; переход к квазичастицам тоже не исправляет положения дел — квазичастиц слишком много, и движение отдельной квазичастицы зависит от движения всех остальных. Мы убедимся, что подобная ситуация характерна, по существу, для всех макроскопических систем: всегда есть температурная область, в которой внутреннюю энергию твердого тела нельзя представить как сумму энергий частиц или квазичастиц, движение которых не скоррелировано.

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР

Каждая физическая система характеризуется определенным энергетическим спектром. Например, в атоме водорода энергия электрона может принимать значения, равные

$$E_n = -E_0/n^2, \\ E_0 \approx 13,5 \text{ эВ}, \quad n=1, 2,$$

Выписанные значения энергии приближенны, они получены без учета малых взаимодействий. Кроме того, не учтена возможность движения атома как целого, что добавило бы к энергии величину  $P^2/2M$ , где  $P$  — импульс атома, а  $M$  — его масса. Последнее замечание совершенно несущественно, так как мы всегда можем перейти в ту систему координат, где тело (в данном случае атом водорода) покоится. В дальнейшем мы всегда будем так поступать.

Знание уровней энергии недостаточно для исследования свойств интересующих нас физических систем. Необходимо знать природу квантового состояния (в простейшем случае — волновую функцию), отвечающего данному (разрешенному) значению энергии. Так, например, не зная волновых функций электрона в атоме водорода, нельзя вычислить коэффициент поглощения света атомом, его дипольный момент и другие характеристики.

Мы ничего не говорим о положительных значениях энергии электрона, соответствующих его инфинитному движению. При  $E > 0$  атом не существует — электрон оторвался от ядра. И в дальнейшем нас будут интересовать только такие значения энергии, которые система может иметь, существуя как целое.

Можно было бы выписать приближенные значения энергии электронов для любого атома (если они известны) и не исчерпать *всех* разрешенных значений энергии этого атома. Ведь и ядро атома (за исключением ядра атома водорода) — сложная система и может находиться в различных состояниях: в основном и в возбужденных. Если возбужденное состояние ядра живет достаточно долго, то ему соответствуют определенные электронные состояния, несколько отличающиеся от электронных состояний атома с ядром в основном состоянии.

Учет ядерных уровней энергии делает всю картину атомного спектра весьма сложной. Правда, возбужденным состояниям ядра, соответствуют, как правило, очень большие значения энергии, во много раз превышающие электронные. Поэтому в тех условиях, когда возбуждается электронная оболочка атома, ядра остаются в основном состоянии, и возбужденных состояний ядер можно попросту не учитывать. Когда же что-то происходит с ядром, электронная оболочка обычно вовсе не существенна.

Рассмотренный пример — простейший предельный случай. Сопоставляются различные типы движений, настолько отличающиеся друг от друга по энергиям, что они практически независимы. Весьма часты промежуточные ситуации. Например, энергетический спектр молекул есть комбинация электронных уровней энергии, энергий колебательного движения ядер и энергии вращения молекулы как целого. Каждый уровень энергетического спектра молекулы допускает идентификацию, т. е. можно указать, какому именно движению субмолекулярных частиц или молекулы в целом он соответствует.

Энергетический спектр, энергетическая структура — эти понятия привнесены в физику квантовой механикой. В классической физике система может иметь *любую* энергию. В зависимости от значения энергии  $E$  характер движения, конечно, и в классической физике может существенно изменяться. Например, при

движении под действием притягивающей кулоновской силы, обратно пропорциональной квадрату расстояния от источника силы, тело движется по эллипсу, если  $E < 0$ , по параболе, если  $E = 0$ , а при  $E > 0$  — по гиперболе.

Энергетический спектр даже простейших систем весьма сложен. Нас будет интересовать энергетический спектр макроскопических тел — прежде всего кристаллов. Несмотря на очевидную трудность конкретного определения энергетического спектра твердых тел, можно сформулировать весьма общие утверждения относительно его структуры. Одним из важнейших выводов квантовой механики в применении к макроскопическим телам было установление *зонной* структуры их энергетического спектра: полосы разрешенных значений энергии перемежаются полосами запрещенных значений. Часто вместо слова «полоса» употребляют слово «зона». Последнее утверждение при таком словоупотреблении звучит так: зоны разрешенных значений перемежаются зонами запрещенных значений.

К сожалению, слово «зона» имеет и чуть-чуть другой смысл. Об этом ниже. Ниже, кроме того, нам придется остановиться и уточнить приведенное только что в двух видах утверждение.

Само по себе утверждение о зонном характере спектра мало что дает для понимания свойств твердых тел. Необходимо знать, какой характер имеет движение, соответствующее тому или другому значению энергии. При всем разнообразии движений атомных частиц в твердых телах все они делятся на *два класса*, которые удобно, забегаая вперед, охарактеризовать с помощью *квазичастиц*. Квазичастицы, соответствующие одному классу движений, есть фермионы, а другому — бозоны. Правда, кроме того, в конденсированных телах существуют движения, которые нельзя свести к движению квазичастиц. Мы на них специально остановимся.

То обстоятельство, что различные движения в твердом теле допускают сравнительно простую интерпретацию, позволяющую создать наглядный образ, само по себе представляет удивительный факт, требующий разъяснения. На первый взгляд, в системе сильно взаимодействующих атомов всякое движение должно возмущать «все на свете», и сказать о

подобном возмущении что-либо определенное попросту невозможно. В твердом теле упрощение движений, т. е. приближенное их расщепление, основано на реально существующих *различиях масс* — атомных ядер и электронов, а также сил — электрических, магнитных и т. д. Приводя примеры различных квазичастиц, т. е. типов элементарных движений, мы в дальнейшем будем подчеркивать физическую причину сравнительной простоты данного типа движения.

Основное состояние кристалла — состояние, соответствующее наименьшей возможной энергии при  $T=0$  К, может служить примером стабильности, устойчивости: без внешнего воздействия кристалл будет находиться в этом состоянии вечно. Однако и при абсолютном нуле температуры движение атомных частиц не прекращается: электроны в атомах движутся вокруг ядер, атомы колеблются вблизи положений равновесия, но это «нулевое», *квантовое* движение не есть *тепловое* движение. Энергия, с ним связанная, должна рассматриваться как начало отсчета — нуль энергии тела. Большинство динамических, в частности, тепловых, гальванических, магнитных и других свойств твердых тел связаны со структурой его энергетического спектра, со свойствами квазичастиц, которые осуществляют элементарные движения в твердых телах.

## ФОНОНЫ

Простейшим видом движения в твердых телах несомненно является колебание атомов и молекул твердого тела вокруг положений равновесия. Из-за взаимодействия частиц друг с другом движение одного атома «зацепляет» соседние атомы. Поэтому движение отдельного атома не есть элементарная форма движения атомов в твердом теле. Анализ показывает, что такой элементарной формой движения могут служить *волны смещений* атомов. Поясним, что это значит.

Практически всегда, при любой температуре, при которой существует твердое тело, средняя амплитуда колебаний атомов  $u$  мала по сравнению с межатомным расстоянием  $a$ . Даже вблизи температуры плавления отношение  $u/a$  не превосходит нескольких процентов (см. ниже). Это отношение  $u/a$  и служит тем малым параметром, который позволяет построить ка-



чественно и даже с большой точностью количественно правильную картину движения атомов. Если ограничиться квадратичными по  $u/a$  членами разложения, то энергия твердого тела есть сумма энергий отдельных волн, а свойства волн могут быть легко выведены, если известны силы взаимодействия между атомами. Как и любая волна, волна смещений характеризуется длиной волны  $\lambda$  и частотой  $\omega$ . Частота зависит от длины волны и от направления ее распространения.

Периодическое расположение атомов в кристаллической решетке приводит к *периодической зависимости частоты  $\omega$  от волнового вектора  $k$*  (здесь  $k$  — вектор, равный по величине  $2\pi/\lambda$  и направленный вдоль направления распространения).

Квантовые, корпускулярные свойства волн проявляются в том, что существует наименьшая порция энергии колебания кристалла с данной частотой. Это позволяет волнам колебаний сопоставить квазичастицы — фононы. Энергия фонона  $\epsilon$  есть  $\hbar\omega$ , а его импульс  $p$  равен  $\hbar k$ . Энергия — периодическая функция импульса  $p$ .

Как показывает строгое рассмотрение, в кристаллах могут распространяться несколько типов волн смещений атомов. Они отличаются друг от друга движением атомов внутри одной ячейки кристалла. Поэтому в кристаллах есть фононы нескольких типов. Каждый тип фононов обладает своей специфической зависимостью энергии от импульса.

Строго говоря,  $p$  — не импульс. Этот вектор со свойствами, очень похожими на свойства импульса, называют *квазиимпульсом*. Наиболее существенное отличие квазиимпульса от импульса в том, что при столкновении фононов и вообще любых квазичастиц в кристаллах квазиимпульс может дискретными порциями передаваться кристаллической решетке — он при этом не сохраняется.

Введение квазичастиц — фононов, конечно, может быть проведено совершенно строго, т. е. строго может быть показано, что энергия кристалла есть сумма энергий отдельных квантов — фононов, а каждый квант обладает всеми атрибутами квантовой частицы. Фононы описывают не *всё* колебательное движение атомов кристалла, а только *наднулевое*. И, конечно, число фононов тем больше, чем выше температура. Это отра-

жает рост амплитуды колебаний атомов с температурой.

Может показаться, что главное отличие фонона от реальной частицы — его способность исчезать и появляться (гибнуть и рождаться), но ведь и настоящие частицы могут исчезать и появляться. Например, электрон и позитрон превращаются в фотон. И при рождении, и при гибели фонона, как и при рождении и гибели настоящих частиц, выполняются законы сохранения энергии и... того, чему полагается сохраняться. Конкретизация законов сохранения — следствие проникновения в свойства тех или других частиц.

Существует несомненное отличие фонона от настоящих частиц. Это отличие характерно для *всех* квазичастиц, и потому мы остановимся на нем несколько подробнее.

В биологии есть такое понятие «ареал» — область распространения того или иного представителя животного царства.

У квазичастиц и настоящих частиц совершенно различные ареалы. Настоящие частицы живут, т. е. движутся, сталкиваются, превращаются друг в друга, создают более или менее сложные конструкции — от атомов до кристаллов, в пустом пространстве, а квазичастицы живут (движутся и т. д.) в макроскопических системах — конструкциях настоящих частиц. Атом или электрон можно извлечь из кристалла в вакуум, а фонon «выпустить» из кристалла нельзя, хотя можно заставить перейти из одного кристалла в другой.

В свойствах частиц проявляются свойства *их* ареала — пустого пространства. Проявляются, например, в том, что энергия частицы не зависит от того, куда — в каком направлении — частица движется. *Энергия свободной частицы не зависит от направления импульса частицы, независимость — следствие изотропии пространства.* В свойствах любых квазичастиц (не только фононов) проявляются свойства *их* ареала — кристалла — периодически расположенных в пространстве атомов, молекул или ионов.

Как мы говорили,

*периодическое расположение атомов в кристалле приводит к периодической зависимости всех величин (в частности, энергии) от квазиимпульса.*

Периодическая зависимость энергии от квазиимпульса — *геометрическое свойство.* Ничего не зная о

силах взаимодействия между атомами, не уточняя, о каком движении идет речь, мы, зная геометрическую структуру кристалла, можем сказать, каковы периоды в зависимости энергии квазичастицы от ее квазиимпульса.

Материальность ареала квазичастиц проявляется в существовании избранной системы отсчета, благодаря которой принцип относительности Галилея для квазичастиц отсутствует. Это делает свойства квазичастиц значительно менее привычными, чем свойства обычных «настоящих» частиц.

Вернемся к фононам. Мы выяснили, что простейшей формой движения атомов в кристалле является волна смещений с определенными длиной и частотой. Этой волне мы поставили в соответствие квазичастицу — фонон. Фонон — элементарное *неразложимое* движение, хотя в нем принимают участие *все* атомы. Подчеркнем одно немаловажное обстоятельство. Фонон, как мы уже говорили, обладает всеми атрибутами квантовой частицы. О волне смещений так и говорят — *одночастичное возбуждение*. Если вдуматься, то *есть* нечто удивительное в том, что движение *всех* частиц кристалла описывается *одним* квазиимпульсом. Математический анализ уравнений движения атомов кристалла показывает, что причина такой простоты — в периодическом расположении атомов.

В аморфном теле (в стекле, например) фононы ввести нельзя, хотя, несомненно, атомы колеблются вокруг своих положений равновесия. Мы чуть-чуть погрешили против истины. В аморфном теле фононы с малыми импульсами ввести можно, а с большими — нельзя. Возможность введения фононов с малыми импульсами связана с тем, что при колебаниях с большой длиной волны — такой большой, что на ней помещается много атомов — атомная структура тела вообще несущественна: твердое тело воспринимается как упругий однородный континуум. Когда же длина волны приблизительно равна или всего чуть больше расстояния между соседними атомами, их расположение в пространстве делается весьма существенным. И только при строго упорядоченной периодической конструкции по телу могут распространяться одночастичные возбуждения — волны смещений — фононы.

Теперь мы можем уточнить сказанное о зонной структуре энергетического спектра твердых тел (см.

с. 22). Состояния возбуждения кристалла можно классифицировать следующим образом:

*одночастичные* — в кристалле есть одна квазичастица, например, один фонон;

*двухчастичные* — в кристалле две квазичастицы;

*трехчастичные* и т. д.

В каждом *классе* энергетический спектр имеет зонный характер, т. е. состоит из полос разрешенных и запрещенных значений энергии. Это — одно из важнейших свойств энергетической структуры кристалла. При этом энергия кристалла может, конечно, принимать *любое* значение — за счет того, что в кристалле может существовать одновременно много квазичастиц.

Введение фононов позволяет энергию колебательного движения атомов кристалла представить в виде суммы энергий фононов, что, как мы ранее подчеркивали, дает нам право считать фонон элементарной частицей, точнее, квазичастицей. И на вопрос: «Из чего состоит колебательная энергия кристалла?» — мы имеем право ответить: «Из фононов...»

Твердое тело — кристалл — удобно представлять себе как вместилище газа фононов. Мы искусственно отделяем фононы от атомов, квантами смещения которых они и являются. Зато получаем возможность рассматривать динамические свойства кристалла как свойства газа фононов. Правда, не совсем обычного газа, так как число частиц в нем не сохраняется: ведь число фононов тем больше, чем выше температура. Введение газа фононов не только делает всю картину наглядной, но и дает возможность перенести многие идеи кинетической теории газов в теорию твердого тела.

Фононы — *бозоны*, в чем можно убедиться, анализируя колебательное движение атомов. Квантовые свойства газа фононов, как всегда, видны при низких температурах, и непосредственным следствием *квантовых* статистических свойств газа фононов является падение теплоемкости  $C$  кристалла с приближением его температуры к нулю. Вблизи абсолютного нуля теплоемкость  $C$  пропорциональна  $T^3$  и может быть в сотни тысяч раз меньше теплоемкости при комнатных температурах.

Своеобразие квазичастиц — фононов проявляется не только в зависимости их энергии от квазиимпульса, но и в характере их взаимодействия друг с другом.

Хотя о столкновениях квазичастиц еще будет идти речь, скажем здесь несколько слов. Два фонона, столкнувшись друг с другом, могут вовсе исчезнуть, при этом возникнет фонон с энергией, равной сумме энергий столкнувшихся фононов. В газе атомов, реальных частиц, а не квазичастиц такие столкновения тоже возможны: это — химические реакции. Два атома водорода при столкновении могут образовать молекулу, но, например, атомы гелия, сталкиваясь, молекулу не образуют, а фононы главным образом сталкиваются так, как описано выше. Кроме того, при химической реакции образуется частица другого сорта, в случае водорода — молекула, а при превращении двух фононов в один может образоваться *такой же* фонон, только с большей энергией. Возрастание числа фононов с повышением температуры приводит к тому, что они сталкиваются чаще, а это значит, что уменьшается время жизни каждого отдельного фонона. Чем большую роль играет взаимодействие фононов друг с другом, тем дальше мы уходим от свойств идеального газа фононов и, следовательно, вся картина становится настолько сложной, что фононы перестают быть удобным методом описания динамических, в частности, тепловых свойств твердых тел. Особенно плохо помогают фононы понять тепловые свойства тех твердых тел, в которых при определенной температуре происходит переход в новое состояние — фазовый переход — событие столь важное и столь часто встречающееся, что оно требует специального рассмотрения.

Подведем промежуточный итог. Определение химической структуры твердого тела с учетом энергии связи позволило ответить на вопрос, из чего состоит твердое тело, каков строительный материал, а введение фононов — выяснить, из чего складывается энергия возбужденных состояний твердых тел, во всяком случае некоторых. Возможность введения фононов — «хороших», долгоживущих квазичастиц — связана с тем, что, по существу, кристаллическое твердое тело почти всегда находится на сравнительно низком уровне возбуждения. На примере фононов это видно из того, что максимальная энергия фонона — ее называют дебаевской — значительно меньше, чем энергия связи между атомами, рассчитанная на одну частицу.

Утверждение: «Кристалл почти всегда находится на сравнительно низком уровне возбуждения» — требует

одного важного уточнения — «вдали от точек фазового перехода». Но о фазовых переходах будет сказано отдельно — ниже.

## ФОНОНЫ В ГЕЛИИ

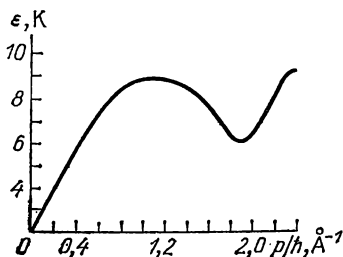
Гелий — удивительное вещество и, по-видимому, наиболее удивительное его свойство — оставаться жидким при абсолютном нуле температуры. Свойство это имеет квантовую природу: амплитуда нулевых колебаний атомов гелия больше среднего расстояния между атомами. Если гелий сдавливать, то не только уменьшаются расстояния между атомами гелия, но и растут силы межатомных взаимодействий. Это приводит к уменьшению амплитуды колебаний, и при давлении 26 атм гелий затвердевает.

Но нас будет интересовать *жидкий* гелий — гелий вблизи абсолютного нуля. Его температура кипения

Рис. 2. Спектр элементарных возбуждений (квазичастиц) в сверхтекучем гелии. Квазичастицы, энергия  $\epsilon$  которых линейно зависит от импульса  $p$ , называются фононами, их скорость равна  $235 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ . Квазичастицы с импульсами, близкими к  $p_0 = 1,9 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1} \cdot \hbar$ , называются ротонами. Закон дисперсии ротонов имеет вид

$$\epsilon \approx \Delta + (p - p_0)^2 / 2\mu_r,$$

причем эффективная масса ротона  $\mu_r$  составляет 0,16 массы атома гелия



4,2 К, а при  $T = 2,19 \text{ К}$  с гелием происходит удивительное превращение: он теряет вязкость, становится *сверхтекучим* — без трения протекает через тончайшие капилляры. О сверхтекучести мы поговорим потом, а пока рассмотрим свойства гелия при  $T < 2,19 \text{ К}$  с точки зрения возможных движений в нем атомов.

По гелию, как и по любой жидкости, могут распространяться звуковые волны. Если длина волны звука велика по сравнению с расстоянием между атомами, то это совершенно обычный звук, частота которого обратно пропорциональна длине волны, т. е. пропорциональна волновому вектору. Когда длина волны близка к среднему расстоянию между атомами, то зависимость между частотой и волновым вектором усложняется

ется (рис. 2), причем точно известно, что при  $k=k_0=1,9 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$  на кривой  $\omega=\omega(k)$  есть минимум.

Квантовый характер волн в гелии может быть описан введением специальных квазичастиц — фононов, энергия и импульс которых, как всегда, могут быть получены из соотношений де Бройля:  $\epsilon=\hbar\omega$ ;  $p=\hbar k$ . Фононы, которые имеют импульс, близкий к  $p_0=\hbar k_0$ , имеют специальное название — их называют *ротонами*. Состояние фонона характеризуется настоящим импульсом, а не квазиимпульсом. Гелий — жидкость. Поэтому ареал существования квазичастиц в нем — однородное, изотропное пространство, правда, не пустое. Движение в таком пространстве можно характеризовать определенным импульсом. Обратим внимание на одно важное свойство квазичастиц в гелии: их скорость  $v=\epsilon/p$  ни при каком значении  $p$  не обращается в нуль. Даже квазичастицы со сколь угодно малой энергией, при  $\epsilon \rightarrow 0$ , имеют конечную (и притом весьма большую!) скорость, равную скорости звука  $\approx 235 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Волны могут распространяться в любой жидкости — не только в гелии. Специфика гелия вблизи абсолютного нуля (ниже  $2,19 \text{ К}$ ) заключается в том, что *никакие другие микроскопические движения атомов в нем невозможны* \*). Тепловое движение атомов гелия есть не что иное, как беспорядочное движение фононоротонов, число которых, естественно, тем больше, чем выше температура. Тепловые свойства гелия хорошо исследованы. Измеренная температурная зависимость теплоемкости и других термодинамических характеристик гелия прекрасно согласуется с формулами, которые выведены на основе представлений о фононах как о бозе-газе квазичастиц.

### МАГНОНЫ и др.

Колебательные процессы в твердых телах весьма разнообразны. Колебаться могут не только атомы или молекулы относительно своих положений равновесия. Можно сформулировать простое правило: *если в конденсированной среде существует какой-либо классиче-*

---

\*) Правда, во вращающемся гелии может возникнуть своеобразное вихревое движение. Его нельзя описать с помощью фононов. Но, по существу, возникновение вихрей в гелии означает локальное разрушение сверхтекучести.

ский колебательный процесс, то соответствующая ему квазичастица — бозон. Законы распространения классического колебательного процесса могут быть выведены с помощью формул классической физики. Пользоваться классическими представлениями заведомо можно, если энергия колебания значительно больше энергии одного кванта. Это замечание поясняет природу правила. Для того чтобы существовал классический колебательный процесс, необходимо, чтобы могло быть многоквантовое состояние с определенным волновым вектором, т. е. состояние с большим числом одинаковых квазичастиц. Это возможно только для бозонов. Обратное утверждение несправедливо: есть квазичастицы — бозоны, не имеющие классического аналога (см. ниже).

Фононы в кристаллах и в гелии — простейший пример на сформулированное выше правило. Пожалуй, следующим по простоте генезиса (происхождения) квазичастиц может служить пример магнитных колебаний в ферро- и антиферромагнетиках, которые при абсолютном нуле температуры характеризуются строгим упорядочением всех магнитных моментов атомов.

Так как магнитные моменты соседних атомов взаимодействуют друг с другом, то магнитный момент отдельного атома не может колебаться независимо от магнитных моментов своих соседей. Анализ показывает, что простейшая неразложимая форма движений магнитных моментов есть волна, причем если ее длина значительно больше, чем расстояние между соседними атомами, то в случае ферромагнетика частота волны пропорциональна квадрату волнового вектора, а в случае антиферромагнетика — первой степени.

Волны колебаний магнитных моментов называются *спиновыми волнами*, а соответствующие им квазичастицы — *магнонами*. Магноны, естественно — бозоны в соответствии со сформулированным выше правилом.

Магноны в ферромагнетике особенно похожи на обычные нерелятивистские частицы. Действительно, их энергия  $\epsilon$  пропорциональна  $p^2$  ( $p = \hbar k$ ). Если запись  $\epsilon = p^2/2m^*$ , то сходство сразу бросается в глаза. Величина  $m^*$  носит название эффективной массы. Она тем меньше, т. е. магнон «легче», чем сильнее взаимодействуют соседние атомы.

Магноны позволяют описать в газовых терминах не только тепловые, но и специфические магнитные свой-



ства ферро- и антиферромагнетиков. Например, у ферромагнетика при конечной температуре магнитный момент меньше, чем при абсолютном нуле температуры. Действительно, каждый магнон связан с отклонением магнитного момента атома от положения равновесия. Поэтому, как показывает анализ, магнон имеет магнитный момент, направленный против упорядоченных магнитных моментов атомов. Это означает, что ферромагнетик, по которому распространяется одна спиновая волна, имеет спин на единицу меньший, чем при  $T = 0$  К, а спиновой волне приходится приписывать магнитный момент, направленный против магнитного момента всех атомов и по величине соответствующий спину, равному единице.

Сказанное выше делается более понятным, если разобрать микроскопическую модель спиновой волны в ферромагнетике. Для простоты примем, что он состоит из атомов со спином  $1/2$ . Спиновая волна в таком случае есть перемещение по кристаллу «перевернутого» спина. Естественно, чем больше магнонов, тем суммарный магнитный момент тела меньше. А магнонов тем больше, чем выше температура. При абсолютном нуле их нет вовсе.

Магнитные свойства тела не сводятся к свойствам газа магнонов, ведь упорядоченные магнитные моменты — не что иное, как тело в отсутствие магнонов — сами по себе обладают магнитными свойствами. Например, поместив тело во внешнее магнитное поле, можно повернуть всю систему атомных магнитных моментов.

Мы не будем перечислять других представителей богатого семейства бозонов, происходящих из колебательных классических движений. Хотя их свойства весьма разнообразны и служат они для описания весьма далеких друг от друга явлений, происходящих в кристаллах, они все очень похожи. Если по необходимости ограничиться общими утверждениями, которые составляют содержание этой книги, то, перечисляя разные квазичастицы, нам пришлось бы повторяться.

## ЭЛЕКТРОНЫ. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗОНЫ

Квантовая механика установила причину существования тел различной электрической природы, т. е. ответила на вопрос, почему одни тела — металлы — про-

водят электрический ток, а другие — диэлектрики — нет. В этой классификации нашлось место и твердым телам с промежуточными свойствами — полупроводникам и полуметаллам.

Мы уже бегло упоминали о зонном характере энергетического спектра твердых тел. Разберемся в этом вопросе несколько глубже.

Электроны в атоме имеют определенные дискретные значения энергии — уровни, как принято говорить. При сближении атомов друг с другом у электронов появляется возможность обмениваться местами. Надо вспомнить, что микрочастицы могут проходить через потенциальные барьеры — области пространства, где потенциальная энергия *больше* полной энергии частицы. В результате таких переходов одинаковые уровни энергии расщепляются, причем разность соседних уровней энергии определяется энергией взаимодействия атомов друг с другом — способностью электронов «перебираться» из одного атома в другой. Электроны, если их всего два, как в двух атомах водорода, оккупируют нижний уровень; их спины при этом, естественно, будут антипараллельны. В этом месте лучше всего сказать: и так далее. При сближении трех атомов (пусть по-прежнему водорода) каждый уровень расщепится на три, при сближении четырех — на четыре... Только два электрона могут поместиться на каждом уровне, ведь они подчиняются принципу Паули.

Для расщепления уровня на  $N$  уровней нет необходимости, чтобы *все*  $N$  атомов были близки друг к другу; достаточно, чтобы к любому можно было добраться через соседей. Величина максимального расщепления, естественно, определяется взаимодействием атомов-соседей. В кристалле фантастически огромное число атомов:  $10^{22}$ — $10^{23}$  в кубическом сантиметре. Каждый атомный уровень расщепляется на  $N$  уровней, расстояния между которыми тем меньше, чем больше  $N$ . В пределе  $N \rightarrow \infty$  они сливаются, точнее, слипаются, образуя зоны разрешенных значений энергий, ширина которой тем больше, чем больше взаимодействие между соседними атомами (рис. 3). На каждый уровень в зоне может поместиться два электрона, а всего в зону —  $2N$  электронов. Это очень важное обстоятельство!

Зонное состояние электрона похоже и на состояние электрона в атоме, и на состояние свободного электро-

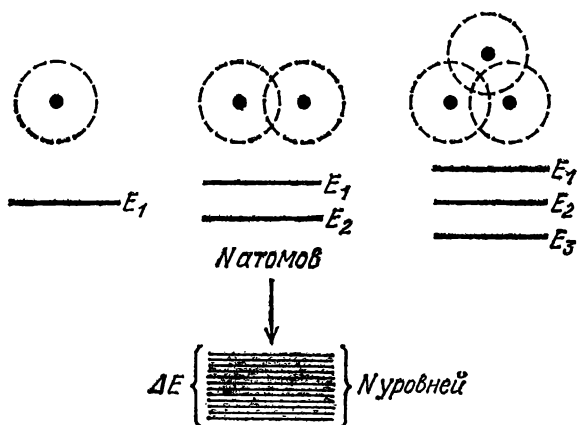


Рис. 3. Расщепление атомных уровней энергии за счет взаимодействия между атомами.

Атомный уровень расщепляется на подуровни  $E_n$ , число которых равно числу атомов. Максимальная величина расщепления  $\Delta E$  приблизительно равна энергии взаимодействия ближайших атомов. В кристалле подуровни энергии создали зону разрешенных значений энергии. Из-за принципа Паули на каждом уровне может «разместиться» два электрона. Максимальное число электронов в зоне  $2N$ , где  $N$  — число атомов кристалла

на, ведь он может перемещаться от атома к атому \*).

Перемещение электрона от атома к атому по кристаллу описывается квазиимпульсом, о котором мы уже говорили выше. В смысле описания движения электрона квазиимпульс очень похож на импульс. В частности, скорость электрона в кристалле есть производная от энергии по квазиимпульсу ( $v = d\varepsilon/dp$ ).

Итак, состояние электрона в кристалле описывается заданием номера зоны, которой он принадлежит, и квазиимпульсом, определяющим его энергию в зоне. Мы уже говорили, но напомним еще раз, что энергия — периодическая функция квазиимпульса.

\*) Я. И. Френкелю принадлежит удачный наглядный образ: движение точки на катящемся колесе (гвоздя, например) напоминает движение электрона в твердом теле. Вращение — аналог движения электрона в атоме, качение — перемещение от атома к атому.

Так как квазиимпульс — вектор, удобно говорить о пространстве квазиимпульсов, или, короче, о  $p$ -пространстве. Каждой зоне соответствует свое  $p$ -пространство. Слова «электрон имеет квазиимпульс  $p$ » и «электрон находится в точке  $p$ » означают одно и то же.

Рассмотрим кристалл в основном состоянии — при абсолютном нуле температуры. Все электроны занимают состояния так, чтобы удовлетворить двум принципам: чтобы энергия была поменьше и чтобы в каждом состоянии, т. е. в определенной зоне и с определенным значением квазиимпульса  $p$ , было не более двух электронов — следствие принципа Паули.

Пусть в каждом атоме есть  $z$  электронов. Тогда всего в кристалле  $Nz$  электронов. Они могут, казалось бы, либо заполнить  $z/2$  зон, если  $z$  — четное число, либо, если  $z$  — нечетное, одна зона будет заполнена электронами наполовину. К сожалению, наше «либо — либо» дает слишком упрощенную картину: зоны могут перекрываться (рис. 4). Поэтому в большинстве

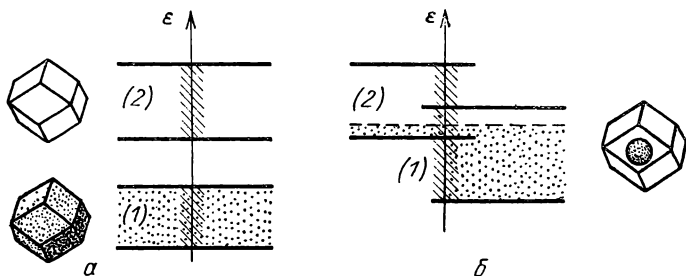


Рис. 4. *а* — Разрешенные зоны энергий (отмечены штриховкой вдоль оси) не перекрываются;  $2N$  электронов заполняют в основном состоянии нижнюю заштрихованную зону энергий, верхняя — пуста.

*б* — Разрешенные зоны энергий перекрываются;  $2N$  электронов расположены и в нижней, и в верхней зонах. Для зоны (1) внутри изображенной справа поверхности Ферми — свободные состояния; для зоны (2) — занятые.

Так как энергия — периодическая функция квазиимпульса, то, изображая  $p$ -пространство, можно ограничиться одной ячейкой. Полное заполнение первой разрешенной зоны означает однородное заполнение ее  $p$ -пространства;  $p$ -пространство второй зоны не содержит электронов (*а*). В случае (*б*) и в  $p$ -пространстве первой зоны, и в  $p$ -пространстве второй зоны есть электроны: первая зона почти заполнена, вторая — почти пуста

случаев в кристалле есть полностью заполненные, частично заполненные и совсем пустые зоны. Иногда частично заполненных нет вовсе.

*Вещества, у которых есть зоны, частично заполненные электронами,—металлы, проводники. Вещества, у которых таких зон нет,—диэлектрики, изоляторы.*

Через несколько строк мы это докажем, а пока вернемся к заполнению, но не зон, а *p*-пространства. Правда, это одно и то же. Если зона заполнена электронами, это означает, что в *p*-пространстве данной зоны все места заняты, причем однородно: в каждой точке *p*-пространства по два электрона; если зона заполнена частично, то в *p*-пространстве есть свободные от электронов области. Ясно, что граница, отделяющая занятую электронами область *p*-пространства от свободной, есть поверхность равной энергии. Если бы это было не так, то можно было бы уменьшить энергию кристалла, не отказываясь от сформулированных выше принципов.

Граничная поверхность, отделяющая занятую электронами область *p*-пространства от свободной, носит название *ферми-поверхности*, а соответствующая ей энергия называется *энергией Ферми*. Для газа свободных фермионов поверхность Ферми в импульсном пространстве — сфера (см. рис. 1).

## МЕТАЛЛЫ (ПРОВОДНИКИ), ИЗОЛЯТОРЫ, ПОЛУПРОВОДНИКИ И ПОЛУМЕТАЛЛЫ

Прохождение тока через вещество — это сложный процесс, для описания которого нужно тщательно исследовать поведение заряженных частиц вещества под воздействием приложенного к веществу электрического поля. Ток могут переносить как электроны, так и «тяжелые заряженные частицы» — ионы, например, в электролитах. Нас, однако, будут интересовать только *электронные* проводники — твердые тела, у которых ионы упорядоченно расположены в кристаллической решетке, а электроны могут сравнительно свободно перемещаться от иона к иону.

Пока к телу не приложено электрическое поле (попросту проводник не подключен к источнику тока), число электронов,двигающихся в одну сторону, строго равно числу электронов,двигающихся в противоположную сторону,—ток равен нулю. Электрическое

поле ускоряет электроны. Точнее, изменение квазиимпульса электрона в единицу времени равно силе, действующей на электрон со стороны приложенного поля. Стационарный процесс был бы невозможен, если бы электроны не отдавали «приобретенный» от поля квазиимпульс.

Анализ показывает, что «стоками» для квазиимпульса электронов могут служить любые нерегулярности кристалла: атомы примеси, границы между кристаллитами, дислокации, границы образца и т. д. Даже в идеальном кристалле при любой температуре есть обязательные нерегулярности — квазичастицы, столкновение с которыми позволяет электрону «избавиться» от переданного ему электрическим полем квазиимпульса. Приобретая квазиимпульс от поля и отдавая его кристаллу в столкновениях с нерегулярностями, электроны «сносятся» электрическим полем — они медленно движутся по полю \*).

Эта картина позволяет говорить об элементарных актах электронной проводимости. Таковыми являются приобретение квазиимпульса под действием силы между столкновениями и его потеря при столкновении.

Электроны могут изменять свой квазиимпульс только в том случае, если им есть куда переместиться в *p*-пространстве. Если же все *p*-пространство занято электронами, то подобный процесс невозможен. Отсюда ясно, что те кристаллы, у которых есть частично заполненные зоны, должны при абсолютном нуле температуры, находясь в основном энергетическом состоянии, проводить электрический ток. Это и есть *металлы*. А кристаллы, у которых при  $T=0$  К есть только полностью занятые и полностью пустые зоны, — *изоляторы*.

Те из изоляторов, у которых при тепловом возбуждении заметное число электронов попадает в пустую зону, при отличной от нуля температуре сравнительно хорошо проводят ток. Это — *полупроводники*.

Нередки случаи, когда при абсолютном нуле температуры зоны перекрываются очень незначительно

---

\*) Медленно — буквально. Средняя скорость направленного движения электронов меди, по которой течет ток плотности  $1 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$ , при комнатной температуре приблизительно равна  $0,2 \cdot 10^{-2} \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$ .

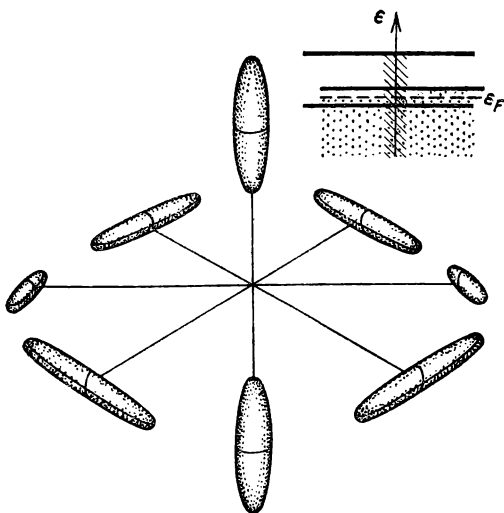


Рис. 5. Энергетические зоны в висмуте слегка перекрываются. Если бы не перекрытие, то висмут был бы изолятором.

Поверхность Ферми состоит из трех эллипсоидов в верхней зоне и одного — в нижней. Они по-разному расположены в  $p$ -пространстве. В верхней зоне все состояния вне эллипсоидов свободны, а в нижней свободны состояния внутри эллипсоида.

Все четыре эллипсоида принято изображать на одном рисунке (здесь изображена удвоенная ячейка). Отличительная черта эллипсоидов в верхней зоне — их анизотропия (длины осей эллипсоидов относятся друг к другу как  $1 : 0,1 : 0,05$ ). Число заполненных состояний в верхней зоне, равное числу свободных состояний в нижней зоне, составляет примерно  $3 \cdot 10^{17}$  электронов в  $\text{см}^3$

(рис. 5). Благодаря этому число электронов и пустых мест в частично заполненных зонах очень мало:  $10^{-3} \div 10^{-5}$  на атом. Такие вещества обладают промежуточными между металлами и полупроводниками свойствами: при низких температурах они ведут себя, как металлы, а при высоких — как полупроводники. Их часто называют *полуметаллами*. Характерными примерами таких веществ могут служить висмут, сурьма. И, наконец, в последние годы выяснилось, что существует особый класс веществ, строго занимающий промежуточное положение между металлами и полупроводниками — *бесщелевые полупроводники* — кристаллы, у которых расстояние между заполненной зоной и пустой равно нулю (рис. 6).

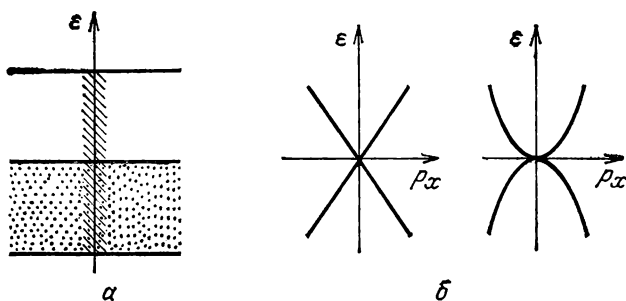


Рис. 6. *а* — В бесщелевых полупроводниках нижняя заполненная электронами зона примыкает к верхней зоне, в которой при абсолютном нуле температуры вовсе нет электронов.

*б* — Возможные типы зависимости энергии электрона и дырки от проекции квазиимпульса на ось  $x$  ( $p_y = p_z = 0$ ) (см. подпись к рис. 7)

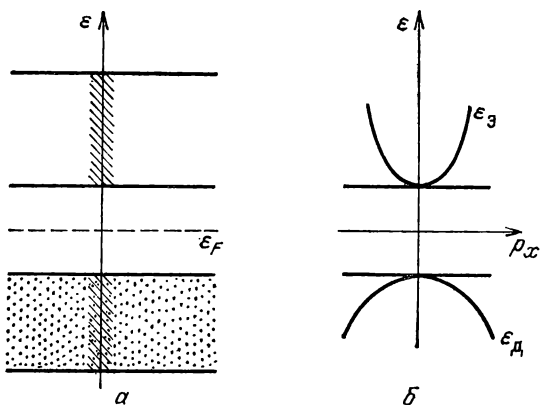


Рис. 7. *а* — Энергетическая структура собственного беспримесного полупроводника.

*б* — Если один электрон находится в зоне проводимости, то в валентной зоне образуется одна «дырка». На рисунке изображены зависимость энергии электрона  $\epsilon_э$  и дырки  $\epsilon_д$  от проекции квазиимпульса  $p_x$  при  $p_y = p_z = 0$ . Энергия кристалла  $E$ , отсчитанная от энергии основного состояния, равна энергии электрона за вычетом энергии дырки ( $E = \epsilon_э - \epsilon_д$ )

Итак, у металлов есть зона (или зоны), частично заполненные электронами. Граница в  $p$ -пространстве, отделяющая заполненные состояния от пустых, есть поверхность Ферми. У полуметаллов объем поверхности Ферми мал по сравнению с объемом ячейки  $p$ -пространства. У бесщелевого полупроводника по-



верхность Ферми — линия или точка. Формальный анализ показывает, что полупроводникам можно приписать энергию Ферми, которая располагается строго посреди запрещенной полосы энергий (рис. 7). Конечно, ни о какой поверхности Ферми полупроводника говорить не приходится.

## ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

Мы сравнительно подробно описали основное состояние электронной системы кристалла. Возбуждение электронной системы, как всегда, связано с появлением элементарных возбуждений — квазичастиц, осуществляющих простейшие формы движения в твердом теле. Электронная система, как и весь кристалл в целом, есть источник элементарных возбуждений двух типов — фермионов и бозонов. Фермионы по своей природе близки к отдельному свободному электрону, не взаимодействующему с себе подобными, а возбуждение бозонного типа напоминает волны (о них позже).

На время вовсе пренебрежем взаимодействием электронов друг с другом: каждый электрон движется в силовом поле ионов. Сложная зависимость энергии от квазиимпульса, а в результате — сложная форма поверхностей Ферми металлов (рис. 8) — следствие существования периодических сил, действующих на каждый электрон со стороны ионов. Ядра атомов в тысячи раз тяжелее электронов и соответственно во много раз медленнее движутся. Поэтому, рассматривая электронную подсистему твердого тела, ядра (ионы) можно считать вовсе неподвижными.

Элементарное возбуждение электронной системы в данном простейшем случае означает, что один из электронов приобретает энергию и, следовательно, переходит в какую-либо точку  $p$ -пространства, до того свободную от электрона. Если речь идет о металле, то электрон может при этом не переходить в другую зону, в другой экземпляр  $p$ -пространства: оставаясь в той же зоне, он может увеличить свою энергию. Причем заметим, что для электронов, имеющих энергию, равную энергии Ферми, это изменение может быть бесконечно малым. В полупроводниках, даже бесщелевых, электрон, приобретающий энергию, обязательно переходит в другую зону. Как правило, для

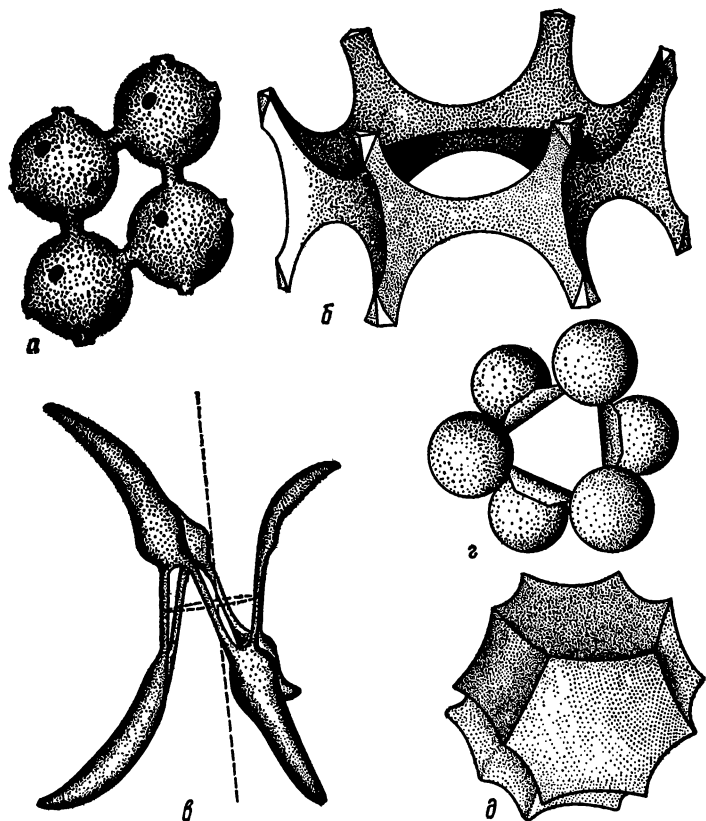


Рис. 8. Примеры поверхностей Ферми некоторых металлов: *а* — медь; *б* — цинк; *в* — сурьма; *г* — вольфрам; *д* — алюминий, индий.

В настоящее время известны поверхности Ферми всех металлов. Для большинства из них с большой точностью измерены все детали поверхности Ферми

этого необходима конечная энергия. Бесщелевые полупроводники, конечно, составляют исключение из правила. Итак, один электрон перешел в ранее свободную точку  $p$ -пространства. А в ранее занятой точке  $p$ -пространства появилось свободное место — дырка. Отсутствие заряда там, где ему положено быть при однородном заполнении,— вполне наблюдаемое событие. Дырка ведет себя как положительно заряженная частица. В этом утверждении нет ничего мистического.

Когда все электроны под действием поля двигаются *направо*, дырка, оставаясь на месте, двигается *относительно фона налево*. Во многих случаях электронную систему в основном состоянии (фон) можно вообще не учитывать. Поэтому электронами или частицами именуют только те электроны, которые вышли из фона, т. е. приобрели некоторую энергию.

Одно из основных свойств возбуждений фермиевского типа — возникать попарно: частица и дырка. Дырка играет роль античастицы по отношению к электрону. Они даже могут аннигилировать (вы понимаете, что это означает: возвращение электрона «на свое место» ликвидирует и частицу, и дырку).

Так как часто особенно интересны состояния кристаллов, близкие к основному, то у металлов особое внимание привлекает сама поверхность Ферми и ее непосредственная окрестность, а у полупроводников \*) — верх последней заполненной зоны, которую называют *валентной*, и низ первой пустой зоны — *зоны проводимости*.

## ФЕРМИ-ЖИДКОСТЬ ЛАНДАУ

Электроны можно считать не взаимодействующими друг с другом, конечно, только удобства ради. Кажалось бы, для этого вовсе нет никаких оснований. Однократно ионизированный ион (например, ион натрия) создает вокруг себя электрическое поле ничуть не большее, чем оторвавшийся от него электрон.

Почему же мы учитываем электрическое поле ионной решетки и пытаемся пренебречь взаимодействием электронов друг с другом?

Одно из возможных объяснений «на пальцах» таково. Ведь, говоря о поле сил, действующих на электрон, мы не описываем его подробно, не указываем величину силы, зависимость ее от координат и т. д. Пусть это поле сил — результат совокупного действия ионов и *всех электронов без одного*. Без того электрона, движение которого мы рассматриваем. Так как электронов в твердом теле очень много, то изъятие од-

---

\*) Когда речь идет об электронных свойствах, даже самые лучшие изоляторы именуют полупроводниками. Во всяком случае, нет общепринятого правила, позволяющего отличить изоляторы от полупроводников.

ного электрона не изменит свойств тела, в частности — его симметрии. А по существу, многие выводы получены только путем учета свойств симметрии кристалла. Во всяком случае те, которые упомянуты здесь.

Есть особенность движения электронов среди себе подобных, которую следует упомянуть даже при столь кратком и поверхностном способе описания, какой мы здесь избрали. Речь идет о том, что благодаря взаимодействию между частицами движение *отдельного* электрона зависит от состояния *всех электронов*. Хотя бы потому, что две частицы не могут оказаться в одном и том же состоянии — это запрещено принципом Паули.

Л. Д. Ландау разработал специальный математический аппарат для описания явлений, обусловленных взаимодействием ферми-частиц друг с другом. Эта глава теоретической физики получила название теории ферми-жидкости. Она вначале была создана для объяснения свойств легкого изотопа гелия ( $^3\text{He}$ ) в области температур  $0,01 \div 0,1$  К. В миллиградусном диапазоне  $^3\text{He}$  переходит в сверхтекучее состояние, и его свойства не могут быть описаны теорией ферми-жидкости Ландау. Потом теория ферми-жидкости была приспособлена для описания электронов проводимости металла. Ферми-жидкостные эффекты в полуметаллах и полупроводниках очень малы.

Характерная черта теории ферми-жидкости, во всяком случае, интересующая нас, состоит в том, что взаимодействие фермионов друг с другом не изменяет природы элементарного возбуждения ферми-системы. Как и в ферми-газе, элементарные возбуждения в ферми-жидкости описываются определенным импульсом или квазиимпульсом и рождаются парами: частица — электрон и античастица — дырка. Как и в ферми-газе, в основном состоянии некоторая часть импульсного или квазиимпульсного пространства заполнена, а при низких уровнях возбуждения частицы и дырки рождаются вблизи ферми-поверхности.

Квазичастица ферми-жидкости, по существу, описывает движение отдельного электрона, находящегося в эффективном поле всех остальных электронов. В частности, заряд квазичастицы равен заряду электрона, а спин квазичастицы, как и у электрона,  $1/2$ . Близость квазичастиц настоящим частицам видна осо-

бенно отчетливо по тому факту, что число квазичастиц в ферми-системе равно числу настоящих частиц.

Теория ферми-жидкости позволила рассчитать разнообразные характеристики металлов — теплоемкость и электропроводность, магнитную восприимчивость и т. д. и т. п., т. е. выразить их через величины, описывающие свойства отдельных квазичастиц — электронов и дырок, взаимодействующих друг с другом. Хотя мы перешли от частиц к квазичастицам, взаимодействием между ними пренебречь нельзя. Оно попросту не мало. Поэтому-то мы говорим о ферми-жидкости квазичастиц, а не о ферми-газе.

Это — редкая ситуация: первичным, элементарнейшим объектом теории оказалась не отдельная невзаимодействующая частица, как в атомарном или молекулярном газе, или квазичастица, как фонон в кристалле, а квазичастица, взаимодействующая с другими квазичастицами. Казалось бы, такой объект не менее сложен, чем исходные взаимодействующие частицы.

Почему же удается не только получать сравнительно простые формулы, но и построить сравнительно простую наглядную картину?

Дело вот в чем. Способ описания состояний отдельных квазичастиц и частиц один и тот же. Поэтому все наглядные образы, созданные для описания свойств ферми-газа, переносятся на ферми-жидкость, а возможность использовать состояния с определенным импульсом или квазиимпульсом определяется тем, что эти состояния, если их энергия близка энергии Ферми, живут достаточно долго. Для того чтобы можно было ограничиться только такими состояниями, вся система должна находиться вблизи своего основного невозбужденного состояния. Например, температура должна быть значительно ниже температуры вырождения. Это — основное упрощающее предположение теории ферми-жидкости, предположение, на котором строится вся теория.

## ЕЩЕ РАЗ ОБ ЭЛЕКТРОНАХ И ДЫРКАХ

При описании слабо возбужденных состояний электронной системы удобно за нуль принимать основное состояние: для металла — частично заполненное электронами пространство квазиимпульсов. Ча-

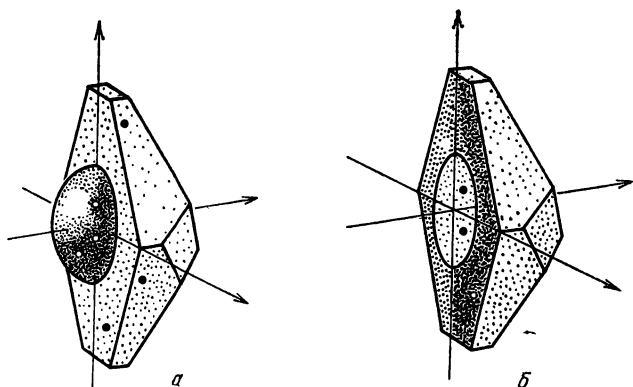


Рис. 9. Электронная (а) и дырочная (б) поверхности Ферми.

Частицы и дырки как элементарные возбуждения возникают в обоих случаях, но в первом — частицы находятся вне поверхности Ферми, а дырки — внутри, а во втором — наоборот.

Свободные от электронов места  $p$ -пространства в случае (б) тоже называют дырками; эти дырки есть в основном состоянии металла

стицы и дырки возникают при таком описании как элементарные возбуждения электронной системы. К сожалению, слово «дырка» имеет еще один смысл. На рис. 9 изображены две различные ситуации: на рис. 9, а внутри поверхности Ферми — состояния, занятые электронами, а на рис. 9, б внутри поверхности Ферми — состояния, свободные от электронов.

О поверхности Ферми, изображенной на рис. 9, б, говорят как о *дырочной поверхности*, а о свободных состояниях внутри нее — как о *дырках*. Эти дырки (свободные места в зоне) есть даже в основном состоянии. Они ведут себя как положительно заряженные частицы, во всяком случае тогда, когда металл помещен в магнитное поле. Любопытно заметить, что в случае дырочной поверхности Ферми частицы, т. е. электроны, попавшие на свободные места в зоне, ведут себя как дырки в прежнем смысле этого слишком употребительного слова.

## ВОЛНЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

Привычка к тому, что в любом газе, в любой жидкости могут распространяться звуковые волны — волны сжатий и разрежений, в которых частота обратно

пропорциональна длине волны (см. главу «Фононы в гелии»), столь сильна, что, пожалуй, трудно себе представить, что в электронном газе звуковые волны *распространяться не могут*. Рассмотрим однородное колебание. В данном случае однородность означает, что все электроны софазно сдвинулись из своих положений равновесия — длина волны колебания бесконечна. Частота однородных колебаний, благодаря возвращающим электрическим силам, велика. Эта частота носит название *плазменной*, так как колебания электронов вокруг тяжелых ионов характерны не только для электронных проводников, но и для любой электронно-ионной плазмы.

Квадрат плазменной частоты пропорционален числу электронов; для хороших металлов плазменная частота  $\omega_L$  очень велика ( $\omega_L \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ). В частности, она значительно больше средней частоты столкновений электронов.

«С точки зрения» плазменных колебаний электронный газ как бы совершенно свободен, хотя столкновения необходимо учитывать при вычислении времени жизни или коэффициента затухания плазменных колебаний.

Однородные плазменные колебания, конечно, только грубая модель волновых движений в электронном газе. Сравнительно простой анализ позволяет установить связь между частотой и длиной волны плазменных колебаний. Плазменным колебаниям можно, естественно, поставить в соответствие квазичастицы. Их называют *плазмонами*. Плазмоны — это бозоны. Плазмоны не исчерпывают семейство бозонов, описывающих движение электронов. Каждый электрон, как известно, есть элементарный магнетик. Взаимодействуя друг с другом, электроны-магнетики могут колебаться. По электронной системе могут распространяться особые волны. Их называют *спиновыми волнами*, как и колебания упорядоченных магнитных моментов атомов в ферро-, ферри- и антиферромагнетиках. И квазичастицы (они тоже бозоны), «отвечающие» этим волнам, называют *магнонами*. Спиновые колебания не сопровождаются сжатиями и разрежениями газа электронов. Поэтому частота их невелика. Спиновые волны в металлах обнаруживаются по поведению металла в переменном магнитном поле. Подчеркнем: для существования плазмонов специфиче-

ское ферми-жидкостное взаимодействие электронов друг с другом не очень важно, плазмоны есть и в электронном газе. А спиновые волны в немагнитных металлах существуют только за счет ферми-жидкостного взаимодействия между электронами. Их не было бы в металлах, если бы электроны проводимости были газом.

И все же в отсутствие внешнего сильного магнитного поля спектр плазменных колебаний электронов довольно беден. Бедность спектра плазменных колебаний электронов окупается богатством спектра слабо затухающих волн в электронных проводниках, помещенных в достаточно сильное магнитное поле: геликоны, магнитноплазменные волны, циклотронные волны и т. д. и т. п. Все это — волны макроскопические: их длина значительно больше межатомного расстояния. Они не только «открыты на кончике пера», но и изучены экспериментально. За последние годы возникла новая область физики, исследующая то, что получило специальное, несколько условное наименование «плазма твердого тела». Эта область, по сути, занимается изучением электронных волн в твердых телах, помещенных в магнитное поле.

## ЭКСИТОНЫ

Мы говорили, что взаимодействие между электронами полупроводника невелико; благодаря этому в полупроводниках ферми-жидкостные эффекты малы. Однако иногда именно в полупроводниках взаимодействие между электронами приводит к существенной перестройке энергетического спектра — к возникновению *экситона*. Вернемся немного назад. Простейшее возбуждение электронной системы полупроводника заключается в том, что один электрон «переносится» в зону проводимости, а в валентной зоне возникает дырка, которая ведет себя как положительно заряженная частица. Но ведь если это так, то дырка и электрон должны притягиваться. И, возможно, могут образовать нечто похожее на атом водорода, точнее, на позитроний — ведь и положительная, и отрицательная частицы — обе легкие. Этот *квазиатом*, состоящий из электрона и дырки, получил название *экситона Ванье — Мотти*, или экситона большого радиуса. Экситоном малого радиуса, или *экситоном Френкеля*,



принято называть движение, связанное с распространением (передачей) возбуждения от одного атома к другому. При этом радиус возбужденного состояния приблизительно равен размеру атома.

Экситоны — *реально существующие* квазичастицы. Их существование проявляется в оптических свойствах кристаллов. Энергия экситона меньше ширины запрещенной зоны — расстояния между валентной зоной и зоной проводимости. Экситонные уровни энергии располагаются там, где по зонной теории уровней быть не должно. А так как экситон напоминает атом водорода, то и расположение уровней энергии экситона напоминает расположение водородных уровней, что и обнаруживается по линиям поглощения света некоторыми кристаллами (рис. 10).

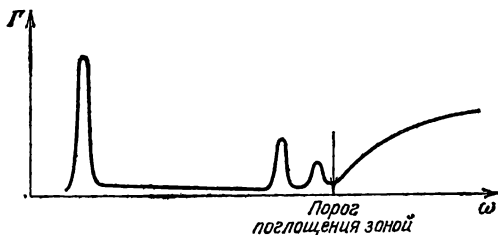


Рис. 10. Схематическое изображение структуры полосы поглощения света кристаллов. Водородоподобные линии поглощения слева от пороговой частоты свидетельствуют о возникновении экситонов

Структура экситона известна. Он состоит из электрона и дырки, и все же экситон следует считать *элементарной*, неразложимой квазичастицей. Это означает, что энергия движения его частей — электрона и дырки — того же порядка, что их энергия взаимодействия, а вот энергия взаимодействия между двумя экситонами мала по сравнению с энергией каждого из них. Это и дает право считать экситон самостоятельной квазичастицей.

### ПОЛЯРОН, ФЛУКТУОН И ДР.

В твердых телах электроны в зависимости от положения на энергетической шкале играют разные роли. Те, которые находятся на глубинных атомных уровнях,

накрепко связаны со своим ядром и, по существу, практически не ощущают коллективизации ионов в кристаллическую решетку. Ион не только строительный материал кристалла, но вместе с другими ионами, как нечто целое, неразложимое, принимает участие в колебаниях кристаллической решетки. Те же электроны, которые до объединения атомов в кристалл занимали верхние уровни энергии — валентные электроны — отрываются от своих ядер; их движение напоминает движение свободного электрона, правда, происходящее в силовом поле ионов.

Свойства движения таких электронов подробно исследуются зонной теорией.

Сейчас мы хотим подчеркнуть, что обычно ионная кристаллическая решетка в зонной теории выступает как нечто *статичное*, неподвижное: в пространстве периодически распределены силы и всё. Возможность отделения движения электронов от движения ионов обусловлена, конечно, не нашим желанием упростить задачу, а физической реальностью: для быстрых электронов скорость движения ионов действительно очень мала, и в первом приближении ее можно попросту не учитывать. И все же бывают случаи, когда ситуация существенно усложняется.

В ионных кристаллах «лишний» электрон, благодаря электрическому полю, его окружающему, несколько сдвигает ионы из положений равновесия — поляризует кристаллическую решетку. Такая поляризация в отсутствие электрона неустойчива, однако бла-

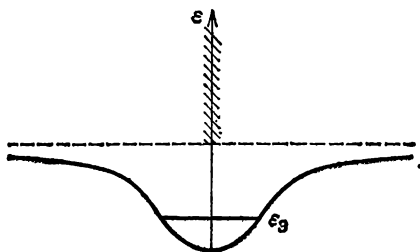


Рис. 11. Энергия электронов  $\epsilon_э$  понижается, если он попадает в потенциальную яму. Полярон есть электрон, движущийся внутри потенциальной ямы, которая возникла вследствие поляризации кристаллической решетки самим электроном. Полярон может перемещаться как нечто целое

годаря сдвигу атомов в кристалле образуется потенциальная яма для электрона (рис. 11). Энергия электрона понижается — он захватывается в яму, которую «сам себе выкопал». Если при этом суммарная энергия, т. е. энергия электрона и решетки, также понизится, то такое сложное образование будет иметь «право на существование» — возникает новая квазичастица — *полярон*. Во внешнем электрическом поле на локализованный в яме электрон действует сила, передающаяся атомам среды, а это означает, что, двигаясь, электрон тащит за собой яму. Полярны могут играть роль носителей тока. Конечно, передвигаться поляронам труднее, чем свободным зонным электронам, ведь в процессе перемещения должна переполаризовываться окружающая электрон среда. Поэтому эффективная масса (см. ниже) полярона значительно больше массы электрона.

Полярон — не единственная квазичастица, которая «копает себе яму» и движется вместе с ней. В последние годы подобные образования были открыты в твердых телах различной природы, правда, пока только на кончике пера — как теоретические предсказания, гипотезы. Перечислим некоторые из них: *флуктуоны* — в неупорядоченных сплавах вокруг электрона образуется флуктуация концентрации одной из компонент сплава, которая создает для электрона яму и, захватив его, тем самым может сделать флуктуацию устойчивой; *фазоны* — флуктуоны, сопровождающиеся изменением фазы, например, вокруг электрона в парамагнетике может возникнуть ферромагнитная область и т. п.

Необычными примерами фазонов могут служить заряженные частицы в жидком гелии: вокруг положительного заряда образуется «ледышка» — область отвердевшего гелия, а вокруг отрицательного заряда — сферическая полость, в которой «располагается» электрон. Размеры этих образований довольно значительны: радиус «ледышки» семь, а сферической полости — около двадцати ангстрем. Структура гелия вокруг заряженных частиц установлена экспериментально.

## ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ ФИНИШ

Мы начали свой разговор с попытки ответить на вопрос: «Из чего состоит?...» И пришли к выводу, что строительный материал твердого тела, его «кирпичи»

не совпадают со «строительным материалом» движения в теле. Хотя энергию тела можно представить в виде суммы микроскопических порций (квантов) или, как мы условились говорить, квазичастиц, в движении, которое описывается квазичастицей, как правило, принимает участие много частиц твердого тела, даже все.

И все же *квазичастицы* очень похожи на обычные, конечно, *квантовые частицы*.

Действительно: состояние свободной частицы определяется заданием ее импульса, а состояние квазичастиц — заданием квазиимпульса. И частицы, и квазичастицы — либо бозоны, либо фермионы. Каждая частица имеет набор свойств, характеризующих принадлежность тому или другому сорту: протон, электрон,  $\pi$ -мезон и т. п. А в пределах сорта частицы не просто одинаковы, а *неразличимы*. То же самое можно сказать о квазичастицах.

Подчеркнем: говоря о частицах и квазичастицах, перечисляя их атрибуты, мы в перечень не внесли массу. Масса — не обязательный атрибут частицы. Фотон, нейтрино не имеют массы. Или, точнее, их масса покоя равна нулю. Всегда, конечно, можно, воспользовавшись формулой Эйнштейна  $E=mc^2$ , измерять энергию частицы в единицах массы или называть массой энергию, деленную на  $c^2$ . Когда говорят о квазичастицах, часто вводят понятие «эффективная масса» — величину, размерности массы, которая характеризует *динамические* свойства квазичастицы. Так как в разных условиях квазичастица ведет себя по-разному, то «эффективных масс» оказывается много. Например, у электрона одна эффективная масса характеризует его движение в электрическом поле, а другая — в магнитном. Конечно, можно вовсе обойтись без эффективной массы: зависимость энергии квазичастицы от квазиимпульса (закон дисперсии) — полная характеристика его динамических свойств. Вводят эффективную массу для удобства. Она выражается в терминах закона дисперсии. Вот одно (наиболее часто встречающееся) определение эффективной массы:

$$\frac{1}{m_{\text{эф}}} = \left( \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial p^2} \right).$$

Для обычной частицы  $\epsilon = p^2/2m$  и, естественно, эффективная масса равна обычной ( $m^* = m$ ). Эффектив-

ная масса в магнитном поле для «обычного» электрона тоже равна обычной массе, хотя определение эффективной массы в магнитном поле не совпадает с приведенным выше.

Если известно, что у одной группы электронов эффективная масса значительно меньше, чем у электронов другой группы, то сразу понятно: электроны первой группы более подвижны. А значит, именно они выполняют основную работу по проводимости металла или полупроводника.

Мы неоднократно подчеркивали, что один из основных признаков элементарности движения, т. е. возможности введения квазичастицы, есть аддитивность вклада квазичастиц в энергию тела. Энергия тела, если ее отсчитывать от основного состояния, есть сумма энергий квазичастиц. И хотя это утверждение — руководящая идея при введении квазичастиц (помните, мы пытаемся прийти к газовой ситуации?), оно отнюдь не строго. Энергия тела лишь *приблизленно* равна сумме энергий квазичастиц — опять, как в *реальном* газе. Ведь в природе нет истинно идеальных газов.

Даже в очень разреженном газе частицы газа (молекулы или атомы) взаимодействуют друг с другом. Это проявляется в теплоемкости, в том, что уравнение состояния реального газа отличается от уравнения состояния идеального газа, в существовании конечных диффузии и теплопроводности — во многих свойствах газов.

## КВАЗИЧАСТИЦЫ СТАЛКИВАЮТСЯ

В последнем абзаце мы отметили, так сказать, итог, результат взаимодействия атомов и молекул газа друг с другом. Это — макроскопический уровень. Газ — макроскопическая совокупность атомных частиц — демонстрирует факт взаимодействия атомов и молекул в нем. А как осуществляется взаимодействие? Что происходит с атомными частицами в процессе взаимодействия?

Атомы или молекулы *сталкиваются* друг с другом. В истинно идеальном газе столкновений не было бы, и каждая частица летела бы по прямой до соударения со стенкой сосуда. Математическое описание процесса столкновения возможно, если известны *силы*, действу-

ющие между частицами, и «устройство» частиц — их строение.

В самом начале мы уже говорили, что в одних случаях молекулу газа можно считать элементарной, а в других — нельзя. Когда внутреннюю структуру молекулы или атома можно не учитывать вовсе, столкновение между двумя частицами может привести только к перераспределению импульса поступательного движения частиц. При этом, естественно, выполняются законы сохранения энергии и импульса: энергия и импульс поступательного движения частиц до столкновения равны энергии и импульсу частиц после столкновения. Такие столкновения называют *упругими*. Если в результате столкновения с одной из частиц или с обеими что-то происходит, например, атом из основного состояния переходит в возбужденное, то столкновения называют *неупругими*.

Конечно, и при неупругих столкновениях сохраняются энергия и импульс. Надо только учесть «затраты» на перестройку частицы. В некоторых случаях столкновения могут приводить к появлению или исчезновению частиц. Например, при столкновении двух атомов водорода они могут вовсе исчезнуть, а появится новая частица — молекула водорода  $H_2$ . Или в результате столкновения двух атомов один из них ионизируется, т. е. от него отделится электрон. Атом исчез, появились две новые частицы: ион и электрон.

Даже в мире «истинно» элементарных частиц (электронов, нуклонов, мезонов и т. д.) возможны «драматические» столкновения с гибелью и рождением частиц. Электрон и позитрон, столкнувшись в определенных условиях, исчезают, рождая фотоны. А иногда для исчезновения частицы нет нужды в столкновениях: нейтрон в свободном состоянии не живет вечно, он распадается на протон, электрон и нейтрино. Эти примеры можно было бы множить, так как нестабильных частиц, т. е. имеющих конечное время жизни, значительно больше, чем стабильных. Стабильных всего четыре: электрон, протон и нейтрино двух сортов. С учетом античастиц их вдвое больше — восемь.

Длинное отступление о столкновениях частиц нужно для сравнения; ведь квазичастицы тоже сталкиваются. Чем же столкновения квазичастиц отличаются от столкновений обычных частиц? Главное фундаментальное отличие — в *законах сохранения*. При столк-

новениях квазичастиц энергия сохраняется всегда, а вот квазиимпульс может сохраняться, но может и не сохраняться. Столкновения, при которых квазиимпульс сохраняется, называются *нормальными*, а столкновения, при которых квазиимпульс не сохраняется, получили название *процессов «переброса»*. Правда, это не значит, что в процессе переброса квазиимпульсу «все дозволено». Если квазиимпульс даже и не сохраняется, то он изменяется на вполне *определенную* величину, равную одному или нескольким периодам решетки в пространстве квазиимпульсов. Если отождествить квазиимпульс с обычным импульсом, то удобно представлять себе, что кристалл, как нечто целое, может забирать импульс квазичастиц,— правда, определенными порциями.

Пожалуй, менее фундаментальное, но несомненно весьма существенное отличие столкновений квазичастиц от столкновений частиц состоит в следующем. Трансформации, превращения элементарных частиц наблюдаются тогда, когда участники столкновений обладают большими энергиями, а их скорости приближаются к скорости света. Поэтому подобные процессы изучает *релятивистская квантовая механика*.

А трансформация квазичастиц — *обычное* дело, происходящее во всех твердых телах: фонон одного сорта, распадаясь, превращается в два фонона другого сорта. В ферромагнетиках фонон может распасться на два магнона, а в металле электрон — поглотить или испустить фонон.

Так как в основном состоянии в кристалле вовсе нет квазичастиц, то это означает, что ни одна квазичастица не живет вечно. Времена жизни различных квазичастиц весьма различны и существенно зависят от температуры твердого тела: чем выше температура, тем время жизни меньше. Это естественно, так как время жизни квазичастицы в том или ином состоянии определяется частотой ее столкновений с другими квазичастицами, а чем выше температура, тем квазичастиц больше.

При достаточно высокой температуре квазичастицы сталкиваются столь часто, что между двумя столкновениями не успевают продемонстрировать свою индивидуальность. Квазичастицы перестают играть роль элементарных возбуждений. Они неприменимы для описания свойств твердого тела. Чем температура

твердого тела ниже, тем частота столкновений меньше, тем более индивидуальную жизнь ведет каждая квазичастица и, говоря строгим языком, тем газ квазичастиц более идеален. Именно поэтому концепция квазичастиц находит свое основное применение для описания свойств твердых тел при низких температурах.

Взаимодействие квазичастиц, т. е. их столкновения, как и взаимодействие обычных частиц, изменяет значения равновесных характеристик газа квазичастиц, а значит, и характеристик твердого тела: теплоемкости, коэффициента теплового расширения и т. п. Но главное значение столкновений в том, что они — причина *релаксационных* процессов в твердых телах. Не будь столкновений между квазичастицами, газ квазичастиц никогда не мог бы прийти в равновесие, а кроме того, не могло бы установиться равновесие между окружающей средой и твердым телом.

Релаксация (установление равновесия) — не единственный процесс в твердом теле, который осуществляется путем столкновений квазичастиц. По сути, все кинетические процессы и явления — электро- и теплопроводность, резонансные явления, частотная дисперсия разнообразных динамических восприимчивостей и многое другое — результат столкновений между квазичастицами.

Формулы, описывающие кинетические процессы, любые кинетические коэффициенты как обязательный атрибут содержат величину, характеризующую процесс столкновения квазичастиц. Чаще всего это *длина свободного пробега*, т. е. среднее расстояние, которое пролетает квазичастица между двумя последовательными столкновениями, или среднее расстояние, которое вообще может пролететь квазичастица, так как весьма часто результатом столкновения оказывается исчезновение квазичастицы. Это не означает, что число квазичастиц обязательно уменьшается. Столь же часты могут быть столкновения, в которых квазичастицы рождаются. Исследования кинетических процессов есть метод исследования квазичастиц — неиссякаемое поле деятельности и для экспериментаторов, и для теоретиков.

Закljučая этот раздел, подчеркнем, что газовая идеология, которой мы стараемся следовать, получила существенное развитие. Длина свободного пробе-



га — типично газовая величина. Ведь использовать это понятие можно в том и только в том случае, если процесс столкновения длится значительно меньше, чем свободный пробег частицы, т. е. если между двумя столкновениями частица *долго* чувствует себя свободной. По существу, это и есть определение газа как агрегатного состояния вещества.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОСЛОЖНЕНИЯ

Выберем какой-либо сравнительно простой объект исследования и обсудим его динамические свойства при всех температурах, при которых этот объект существует. Откровенно говоря, очень трудно найти твердое тело, удобное во всех отношениях для наших целей, поэтому мы ограничимся *условным* твердым телом и будем наделять его нужными нам свойствами.

Пусть для начала мы имеем дело с диэлектриком-изолятором, причем возбуждения электронной системы (рождение пары из электрона и дырки) столь маловероятны, что их можно вовсе не учитывать. Уточним: это означает, что минимальная энергия рождения пары значительно больше температуры плавления тела. Таких тел много — алмаз, например. Возможность пренебрежения возбуждением электронной системы дает нам право считать атомы, молекулы или ионы истинно элементарными частицами: не только строительным материалом «нашего» твердого тела, но и частицами, ответственными за его *динамические* свойства тоже. Движение частиц — это колебания их вокруг положений равновесия. На квантовом языке это движение описывается введением специальных квазичастиц — фононов (см. главку «Фононы»).

Таким образом, желая обсудить динамические свойства твердого тела в широком диапазоне температур, мы должны еще раз обсудить свойства газа фононов, хотя, как мы уже говорили, при высоких температурах квантовый, «фононный» язык не слишком удобен \*).

Фононы, как и все квазичастицы, характеризуются определенным диапазоном энергий; обычно говорят

---

\*) В этом разделе мы будем обращать внимание не только на достоинства теории, но и на ее недостатки. Это не должно огорчать читателя: осознание недостатков — первый шаг к их устранению.

просто о характеристической энергии квазичастиц данного сорта. В случае фононов ее называют *энергией* или *температурой Дебая* (напомним: мы договорились температуру измерять в энергетических единицах). Обозначим ее буквой  $\theta$ . Физический смысл энергии Дебая прост: это максимальная энергия фонона, т. е. максимальная частота колебаний атомов, умноженная на постоянную Планка:

$$\theta = \hbar \omega_{\max}.$$

В главке «Фононы» мы говорили, что амплитуды колебаний атомов  $u$  даже при температуре плавления тела малы по сравнению с расстояниями между атомами  $a$ . Энергия Дебая  $\theta$  значительно меньше энергии связи атомов в кристалле  $\epsilon_0$ , порядок величины которой можно определить, зная температуру плавления  $T_{\text{пл}}$  ( $\epsilon_0 \approx T_{\text{пл}}$ ).

Обдумаем, с чем связана относительная малость  $\theta$ . Если энергия связи двух соседних атомов равна  $\epsilon_0$ , то частота колебаний атомов друг относительно друга  $\omega_{\max} \approx \sqrt{\epsilon_0/Ma^2}$ , где  $M$  — масса атома. Следовательно,

$$\theta \approx \hbar \sqrt{\epsilon_0/Ma^2}.$$

Можно, конечно, взять из справочника значения входящих в последнюю формулу величин и убедиться в том, что  $\theta \ll \epsilon_0$ . Понимания, правда, при этом не прибавится.

Можно пойти иным путем: оценить входящие в формулу «сложные» параметры  $a$  и  $\epsilon_0$  и посмотреть, что получится. Вот одна из возможностей. Расстояние между атомами  $a$  приблизительно равно размеру атома, величина которого определяется квантовым движением электронов вокруг ядра. Поэтому

$$\frac{mv^2}{a} = \frac{e^2}{a^2}, \quad v \approx \frac{\hbar}{ma},$$

здесь  $m$  — масса электрона. Первая из формул классическая, а вторая — квантовая, она утверждает, что размер атома равен длине волны де Бройля электрона. Легло убедиться, что из этих двух формул получается:  $a = \hbar^2/me^2 \approx 4 \cdot 10^{-9}$  см. Это — несколько заниженное (раз в десять) значение размеров атома, если речь идет об атоме «средних размеров». Но для грубых оценок им можно пользоваться.

С другой стороны, энергия связи между атомами порядка  $e^2/a$ . Для простоты рассуждения мы приняли, что наше тело состоит из ионов. Комбинируя все приведенные формулы, легко находим, что  $\theta = \epsilon_0 \sqrt{m/M}$ . Теперь ясна причина малости энергии Дебая: масса атома очень велика по сравнению с массой электрона ( $m \ll M$ ). Так как  $\theta \ll \epsilon_0$ , то мы имеем возможность исследовать свойства твердого тела как при температурах, малых по сравнению с дебаевской, так и при  $T$ , значительно больших  $\theta$ .

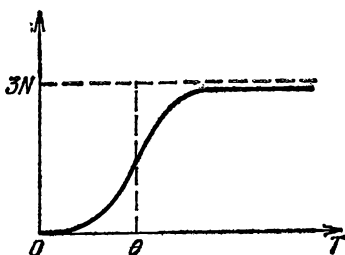
Температура Дебая играет очень важную роль в физике твердого тела, отделяя квантовую область ( $T < \theta$ ) от классической ( $T > \theta$ ). Более определенно: при низких температурах ( $T < \theta$ ) необходимо квантовое рассмотрение. Это связано с тем, что при  $T < \theta$  классический закон равнораспределения, утверждающий, что средняя энергия, приходящаяся на каждую степень свободы, равна  $T$ , вступает в противоречие с квантовой механикой: энергия осциллятора частоты  $\omega$  не может быть меньше  $\hbar\omega$ .

Начнем рассмотрение с классической высокотемпературной области  $T \gg \theta$ . Согласно закону равнораспределения внутренняя тепловая энергия тела равна  $3NT$ . Что означает этот результат «на языке фононов?» Что число фононов  $\approx 3NT / \langle \hbar\omega \rangle$ . Здесь символом  $\langle \hbar\omega \rangle$  обозначена средняя энергия фонона. Так как  $\langle \hbar\omega \rangle < \hbar\omega_{\max}$ , а  $T \gg \theta$ , то ясно, что в классической области число фононов очень велико, их значительно больше, чем атомов. В этом утверждении нет ничего парадоксального: «просто» *каждый* осциллятор находится в состоянии, описываемом *большим* квантовым числом. Его энергия равна  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ , где  $n$  — целое, причем  $\langle n \rangle \gg 1$ . Это обстоятельство и делает описание с помощью фононов не слишком удобным: фононы часто сталкиваются друг с другом, время жизни каждого фонона мало; фонон не успевает проявить достаточно полно свои индивидуальные свойства. «Атомный язык», или «узельное» представление, подчеркивающее то обстоятельство, что каждый атом колеблется вокруг «своего» узла кристаллической решетки, более удобен, так как амплитуда колебаний атома и при  $T \gg \theta$  мала по сравнению с расстоянием между атомами \*).

---

\*) Даже вблизи температуры плавления амплитуда колебаний меньше среднего расстояния между соседними атомами. Кри-

Рис. 12. Отношение энергии фононов к температуре. Это — идеализированный рисунок: в реальном теле зависимость энергии теплового движения атомов от температуры значительно сложнее. Вблизи абсолютного нуля  $E_f/T \sim T^3$ , эта зависимость справедлива для всех твердых тел



«Фононный язык» не противоречит узелному. Можно показать, что из-за того, что при  $T \gg \theta$  главную роль играют коротковолновые фононы, они правильно описывают почти нескоррелированные колебания атомов.

Итак, при высокой температуре энергия фононов пропорциональна температуре. Это не точное утверждение: учет квантовых поправок, которые при высоких температурах действительно малы, приводит к более быстрому уменьшению энергии фононов при понижении температуры, чем того требует линейный закон. При температурах, близких к дебаевской и при более низких, от классического линейного закона не остается и следа — он сменяется квантовым. Вблизи абсолютного нуля энергия пропорциональна четвертой степени температуры ( $E_f \sim NT^4/\theta^3$ ). На рис. 12 изображено отношение энергии фононов  $E_f$  к температуре в широком диапазоне температур и отмечена температура Дебая  $\theta$ , вблизи которой происходит переход от классического закона  $E_f \sim T$  к квантовому  $E_f \sim T^4$ . Подчеркнем, что при температуре, близкой к дебаевской, фононный газ обладает всеми специфическими свойствами квантового газа: благодаря несиловому взаимодействию движение фононов скоррелировано, причем длина, на которой эта корреляция еще чувствуется, совпадает со средней длиной волны фонона, она уменьшается с ростом температуры.

---

сталл плавится не потому, что его атомы «перемешиваются» за счет тепловых колебаний. При высоких температурах жидкая фаза энергетически «выгоднее», чем кристаллическая: свободная энергия жидкой фазы меньше свободной энергии кристалла. Но и в жидкости продолжается колебательное движение атомов, и амплитуда этих колебаний по-прежнему мала; колеблются, правда, атомы вокруг случайных, не согласованных друг с другом положений равновесия. Жидкая фаза нас в этом изложении вовсе не будет интересовать.

В реальных твердых телах практически никогда не наблюдается описанная выше простая зависимость энергии от температуры. Усложнения связаны с несколькими обстоятельствами.

Фононы не исчерпывают всех типов движения в твердом теле. Правда, от этого можно абстрагироваться, так как можно выделить именно фононную часть внутренней энергии твердого тела.

Хуже другое.

Выписанные выше законы ( $E_{\phi} \sim T$  при  $T \gg \theta$  и  $E_{\phi} \sim T^4$  при  $T \ll \theta$ ), действительно, справедливы для *всех* твердых тел и, по существу, нечувствительны к специфике взаимодействия атомов в кристалле. Первый закон, классический, основан только на законе равномерного распределения, а второй, квантовый, на том, что фононы с наименьшей энергией, которые играют главную роль при низких температурах, — не что иное, как кванты звука, а для звуковой волны частота *всегда* обратно пропорциональна длине волны. Такие волны могут распространяться в любом твердом теле, и потому в любом твердом теле при достаточно низких температурах фононная часть внутренней энергии  $E_{\phi} \propto T^4$ .

А вот в промежуточной области температур при  $T \sim \theta$  зависимость энергии фононов от температуры существенно определяется конкретными свойствами фононов, т. е. конкретной зависимостью энергии (частоты) отдельного фонона от его квазиимпульса — законом дисперсии. Зная силы, действующие между атомами, закон дисперсии можно рассчитать, а по закону дисперсии можно рассчитать и энергию газа фононов. Можно поступать и наоборот: по зависимости  $E_{\phi}(T)$  пытаться выяснить энергетический спектр фононов.

Когда фононов много ( $T \sim \theta$ ), но их столкновения еще не слишком часты, фононный подход, во всяком случае с принципиальной точки зрения, удобен. Динамические свойства твердых тел можно сформулировать «на языке» фононов, т. е. макроскопические величины выразить через характеристики фононов: их закон дисперсии, длину свободного пробега и т. п. Все расчеты, правда, весьма сложны, и сложность математических расчетов часто вуалирует идейную простоту. И все же, используя законы движения и столкновений фононов, удается очень точно аппроксимировать зависимость энергии твердого тела (точнее — ее

фононной части) и других его характеристик от температуры.

Но не всегда... В твердом теле иногда происходит нечто, что в макром мире следовало бы признать катастрофой: в результате теплового движения атомов или благодаря внешнему воздействию скачком изменяется структура кристалла. Это событие носит название фазового перехода. Плавление кристалла, превращение его в жидкость — пример фазового перехода. Но бывают и менее кардинальные превращения. Например, железо — кристалл при температуре ниже  $1539^{\circ}\text{C}$ . Но с изменением температуры меняется структура его кристаллической решетки: при низких температурах, при  $T < 910^{\circ}\text{C}$ , устойчива объемно центрированная кубическая решетка ( $\alpha$ -фаза), при  $910^{\circ}\text{C} < T < 1400^{\circ}\text{C}$  — кубическая, но гранецентрированная решетка ( $\gamma$ -фаза), а при  $1400^{\circ}\text{C} < T < 1539^{\circ}\text{C}$  — опять объемно центрированная ( $\delta$ -фаза).

Фазовый переход, т. е. перестройку кристалла, как правило, нельзя описать в терминах квазичастиц. На

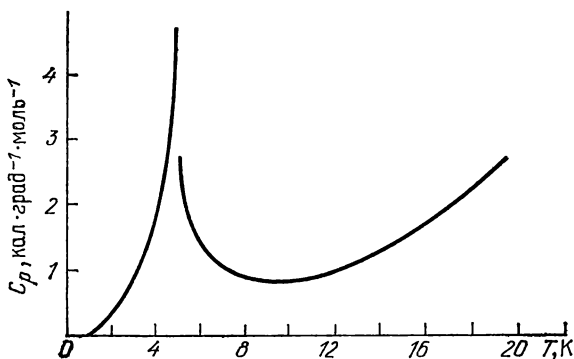


Рис. 13. Зависимость теплоемкости  $C_p$  кристаллов  $\text{NiCl} \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  от температуры вблизи перехода из парамагнитной (высокотемпературной) в антиферромагнитную фазу.

При температуре перехода значение  $C_p$  обращается в бесконечность

температурной зависимости величин, описывающих различные свойства кристаллов, можно обнаружить скачки, изломы, а иногда и «бесконечности», когда какая-нибудь из характеристик твердого тела в точке перехода обращается в бесконечность (рис. 13). Имен-

но это обстоятельство послужило главной причиной при выборе названия параграфа «Дополнительные осложнения».

## ОТСТУПЛЕНИЕ О ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

Мало того, что нелегко строго ввести квазичастицы, выяснить законы их движения, исследовать свойства квантовых газов квазичастиц, учесть поправки, связанные со столкновениями, вычислить с помощью «квазичастичного» подхода зависимость разнообразных характеристик твердых тел от температуры, от частоты электромагнитного поля, от величин, определяющих внешнее воздействие и т. д. и т. п.

Мало того... Как мы говорили, есть ситуации, когда квазичастицы вовсе «отказываются». Квазичастицы, как правило, не помогают объяснить природу фазовых переходов — превращений, происходящих в твердых телах, и установить закономерности поведения твердых тел вблизи фазового перехода. Правда, часто удается установить, как фазовый переход сказывается на квазичастицах, или, более точно: как при фазовом переходе изменяется энергетическая структура твердого тела.

Мы не имеем возможности углубляться в теорию фазовых переходов. Это — особая, интересная и именно сейчас активно развивающаяся область физики твердого тела \*).

Придется принять на веру, что фазовый переход фазовому переходу рознь. Но если так, их надо пронумеровать: фазовые переходы первого рода, фазовые переходы второго рода. Более просты фазовые переходы первого рода.

Причина фазового перехода первого рода ясна. Она ясна из рис. 14. Это — стремление любой системы к состоянию с наименьшей энергией \*\*). Выше темпе-

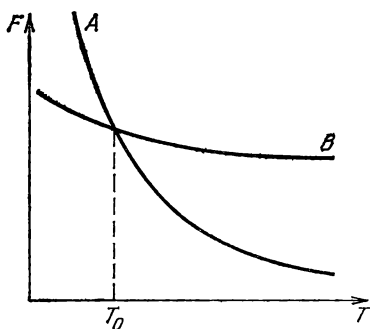
---

\*) «Именно сейчас», пожалуй, положение изменилось: многие физики-теоретики считают, что принципиальные вопросы теории фазовых переходов решены. Во всяком случае, удалось создать хорошо «работающую» методику расчета характеристик твердого тела в непосредственной близости от точки фазового перехода. Поток работ по теории фазовых переходов не иссякает. (Примеч. М. И. К.)

\*\*) Строго говоря, при отличной от нуля температуре тело стремится находиться в состоянии с наименьшей *свободной* энер-

Рис. 14. Природа любого фазового перехода первого рода: в точке перехода свободные энергии двух фаз совпадают.

При температуре, меньшей  $T_0$ , энергетически выгодна фаза  $B$  ( $F_B < F_A$ ), а при температуре, большей  $T_0$ , — фаза  $A$  ( $F_A < F_B$ ). С «точки зрения каждой из фаз» температура  $T_0$  никакими особенностями не обладает. Поэтому возможны и перегрев, и переохлаждение



ратуры перехода (при  $T > T_0$ , согласно рис. 14) «выгодна» фаза  $A$ , а ниже — фаза  $B$ . Ни для фазы  $A$ , ни для фазы  $B$  температура  $T_0$  никак не выделена. Не будь другой фазы, с фазой  $A$  ничего не произошло бы. Как правило, и не происходит: фаза  $A$  переохлаждается, а фаза  $B$  перегревается. Твердое тело и в фазе  $A$ , и в фазе  $B$  обладает энергетическим спектром, т. е. специфическим для каждой фазы набором квазичастиц, с помощью которых можно определить многие свойства каждой из фаз  $A$  и  $B$ , в частности, определить и свойства самого перехода; например, рассчитать выделяемую или поглощаемую при переходе теплоту. Да и при определении «выгодности» фаз, т. е. при расчете свободной энергии вблизи  $T = T_0$ , конечно, необходимо учитывать вклад квазичастиц.

Значительно сложнее дело обстоит при фазовом переходе второго рода. Примеров фазовых переходов второго рода можно привести множество. Это и переход из нормального состояния металла с конечным сопротивлением в сверхпроводящее состояние с сопротивлением, равным нулю, и переход из парамагнитного в ферро- или антиферромагнитное состояние, в которых магнитные моменты атомов расположены в определенном порядке, и упорядочение сплавов. В последнем случае физическая сущность перехода ясна из рис. 15.

---

гией, а не с наименьшей энергией. Отличие свободной энергии от «просто» энергии иллюстрируется так: сравним два состояния тела с одинаковой энергией, но отличающиеся степенью порядка — свободная энергия меньше у состояния менее упорядоченного.



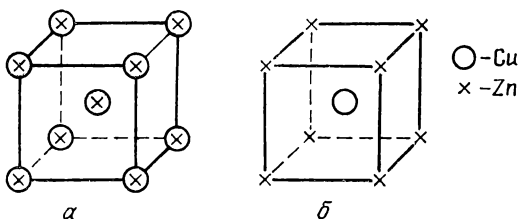


Рис. 15. Структура упорядоченного медно-цинкового сплава.

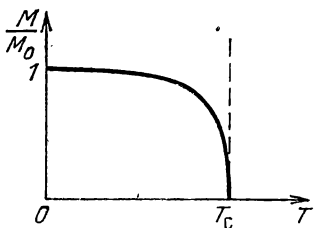
При температуре, превышающей  $T_{кр}$ , сплав неупорядочен: в любом узле кристаллической решетки с равной вероятностью можно обнаружить либо атом меди, либо атом цинка (а). При температуре ниже  $T_{кр}$  в одних узлах более вероятно расположение атома меди, в других — атома цинка. При абсолютном нуле температуры положение атомов меди и цинка однозначно определено (б).

Фазовый переход из неупорядоченного состояния в упорядоченное есть фазовый переход второго рода, если в точке перехода (при приближении к  $T_{кр}$  со стороны низких температур) структура изменяется непрерывно

Для всех этих и многих других случаев характерно то, что в самой точке перехода, т. е. при  $T = T_{кр}$ , обе фазы совпадают: фаза  $A$  при переходе непрерывным образом превращается в фазу  $B$  или фаза  $B$  — в фазу  $A$ , а при  $T \neq T_{кр}$  может существовать *только одна* из фаз, другая абсолютно неустойчива. «Старая» фаза постепенно «готовится» к переходу, и при  $T = T_{кр}$  переход осуществляется.

Хотя фазовый переход второго рода более плавный, чем фазовый переход первого рода, и это утверждение можно сформулировать строго (оно демонстрируется на рис. 16), но сам переход все равно содержит «скачок» — появляется нечто, чего не было: спонтанный магнитный момент ферромагнетика, или плотность сверхтекучей компоненты в гелии, или что-нибудь иное. Важно, что в самой точке перехода этого «нечто» еще нет, оно равно нулю и постепенно возрастает с удалением в одну сторону от перехода (как правило, в сторону более низких температур). Внешнее проявление сложности фазового перехода второго рода состоит в том, что ряд физических характеристик тела в точке перехода обращается в бесконечность (различные восприимчивости, теплоемкость и др.) и аномально возрастает роль флуктуаций в движении атомных частиц.

Рис. 16. Схематическая зависимость величины спонтанного магнитного момента ферромагнетика при температуре ниже температуры Кюри. В точке Кюри ( $T_{кр} = T_C$ ) магнитный момент обращается в нуль ( $M_0$  — значение магнитного момента при  $T=0$  K)



Попытаемся обрисовать ситуацию на конкретном примере. Рассмотрим переход парамагнетика в ферромагнитное состояние. Или более торжественно: исследуем поведение системы магнитных моментов вблизи температуры перехода  $T_{кр}$ , которую в этом случае называют температурой Кюри. При высокой температуре энергией взаимодействия между магнитными моментами можно пренебречь, каждый магнитный момент «ведет самостоятельную жизнь», корреляции в движении спинов практически нет. Магнитные моменты, хотя они прикреплены к атомам, закрепленным в узлах кристаллической решетки, удобно представлять себе в виде газа (так часто и говорят — решеточный газ). При низкой температуре — вблизи абсолютного нуля — все магнитные моменты упорядочены, например, направлены в одну сторону, движение осуществляется в виде спиновых волн — магнонов (см. главку «Магноны и др.»). «С точки зрения» магнонов твердое тело и в этом случае — газ, газ магнонов. Корреляция в движении магнонов почти полностью отсутствует.

Итак, в двух предельных случаях вдали от температуры перехода мы приходим к простой газовой ситуации. Тепловое движение в макроскопической системе осуществляется как нескоррелированное движение микроскопических «элементарных» частиц или квазичастиц: при высоких температурах — магнитных моментов, при низких температурах — спиновых волн, магнонов.

Вблизи температуры перехода обе приведенные картины движения неверны. Магнитные моменты уже нельзя считать независимыми, а спиновые волны еще нельзя ввести. При  $T \approx T_{кр}$  не удастся перейти к газовому приближению. В этом случае взаимодействие между частицами, в данном случае — между магнит-

ными моментами или магнонами, становится особенно существенным и проявляется в неустранимой скоррелированности движения микроскопических частиц. Чем ближе к точке перехода, тем большее число частиц охватывается взаимодействием — радиус корреляции стремится к бесконечности при приближении температуры к температуре Кюри. Именно с этим обстоятельством связаны странности и сложности фазовых переходов второго рода — обращение ряда величин в бесконечность и т. п. И именно с этим связан особый интерес, который проявляют физики к поведению макроскопических систем вблизи точек фазовых переходов второго рода — ведь только в таких условиях конденсированная система полностью «без скидок» проявляет динамические *свойства системы взаимодействия частиц*.

Вдали от  $T_{кр}$  всегда (пусть путем ухищрений) удастся от исследования свойств сильно взаимодействующих частиц перейти к исследованию свойств *слабо* взаимодействующих частиц или квазичастиц. Сложность поведения частиц вблизи точки фазового перехода второго рода становится особенно наглядной, если сопоставить рост радиуса корреляции с тем, что рост этот *никак не связан* с ростом радиуса *силового взаимодействия*. Характер силового взаимодействия, т. е. его интенсивность, зависимость от расстояния между частицами и т. п., вообще почти не изменяется с изменением температуры. К сожалению, природу возрастания радиуса корреляции очень трудно пояснить «на пальцах».

Мы описали фазовый переход второго рода с довольно вычурной точки зрения. Есть много случаев, когда рост радиуса корреляции при  $T \rightarrow T_{кр}$  проявляется в таком узком температурном интервале вокруг температуры перехода, что он практически не наблюдаем, а эксперимент демонстрирует упрощенные свойства твердого тела вблизи  $T_{кр}$ . Например, не видно обращения теплоемкости в бесконечность, а наблюдают конечный скачок. Переход в сверхпроводящее состояние в этом смысле особенно характерен. Аномалии, обусловленные ростом радиуса корреляции, должны наблюдаться в столь узком интервале температур, что практически не обнаружимы.

Так вот, если вовсе пренебречь «тонкостями», о которых речь шла выше, то концепцию квазичастиц

можно использовать вплоть до  $T = T_{кр}$ . Если опять вернуться к ферромагнетику, то сказанное можно проиллюстрировать следующим примером: каждый магнон «соответствует» одному неупорядоченному магнитному моменту. Когда число магнонов равно числу магнитных моментов тела, то разупорядочены все магнитные моменты. Поскольку число магнонов растет с ростом температуры, то сказанное выше дает возможность оценить температуру Кюри и свойства перехода выразить через характеристики магнонов. Этот метод расчета строго не обоснован, но получающиеся значения многих величин не слишком отличаются от истинных.

### **КВАНТОВЫЙ КРИСТАЛЛ. КВАНТОВАЯ ДИФФУЗИЯ. ВАКАНСИОНЫ**

До сих пор кристалл при абсолютном нуле температуры, кристалл, лишенный теплового движения атомов, рассматривался нами скорее не как физический объект, а как *место существования квазичастиц*, «местность», на которой разыгрываются события из «жизни» квазичастиц — их столкновения и превращения, объединения и распады. Квантовые особенности динамики, индивидуальной и коллективной, проявляли именно квазичастицы. Эти квантовые особенности, конечно, отражались на свойствах твердого тела — кристалла, например, на зависимости его теплоемкости от температуры вблизи абсолютного нуля. И потому можно было бы любой кристалл назвать квантовым. Но так не принято. Термин «квантовый кристалл» появился в научной литературе недавно и получил вполне определенный конкретный смысл, не совпадающий с тем расширенным, о котором мы упомянули выше.

Начнем не с квантового кристалла, а с квантовой диффузии, которая интересна сама по себе и удобна как «затравка» для выяснения, что такое квантовый кристалл. Для простоты при этом рассмотрим самодиффузию — случайное блуждание атомов, из которых состоит кристалл, по кристаллу. Как это блуждание может происходить?

Наиболее естественный способ таков. В каждом кристалле, даже предельно совершенном, есть вакансии — незаполненные узлы кристаллической решетки (рис. 17). Атом, соседствующий с вакансией, может

○ — вакансия

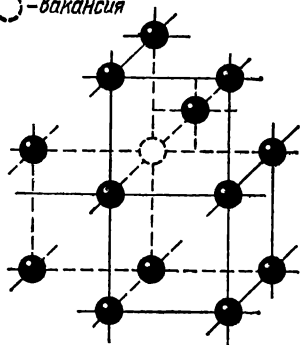


Рис. 17. Кристалл с вакансией — незанятым узлом кристаллической решетки. Любой из соседствующих с вакансией атомов может занять вакантный узел. Вакансия при этом переместится на одну постоянную решетки

перескочить на вакантное место, потом другой атом перескочит на освободившееся место, а сам освободит место для следующего прыжка атома, движение которого мы рассматриваем. Отметим, что всю серию прыжков атома можно было бы описать как перемещение вакансии, и считать именно перемещение вакансии элементарным актом самодиффузии.

Как же происходит перемещение вакансии, и почему в кристалле всегда есть вакансии?

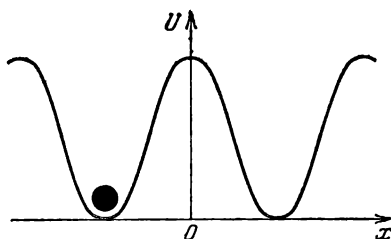
Ответим сначала на второй вопрос. Образование вакансии связано с перемещением атома изнутри кристалла на поверхность, и на это требуется затратить энергию, т. е. образование вакансии энергетически невыгодно. Но тело при отличной от нуля температуре стремится иметь наименьшей не энергию, а свободную энергию (см. примечание на стр. 62) и, следовательно, может немного проиграть в энергии, слегка увеличив беспорядок. Борьба между ростом энергии и степенью беспорядка приводит к тому, что при отличной от нуля температуре свободная энергия минимальна тогда, когда в теле существует определенное число вакансий.

Эту мысль можно выразить и так: в теле растворены «атомы пустоты» — газ вакансий. Движение вакансии при конечной температуре ( $T \neq 0$ ) тоже легко себе представить: один из соседствующих с вакансией атомов в результате флуктуации его теплового движения «переваливает» через потенциальный барьер, отделяющий его от вакантного узла (рис. 18).

Эти представления, сформулированные еще в начале века Я. И. Френкелем, не только качественно

Рис. 18. Потенциальная энергия атома.

Чтобы попасть на свободный узел кристаллической решетки, атом должен перевалить через потенциальный барьер  $U(0)$



объясняют явление диффузии, но и дают возможность вычислить коэффициент диффузии, в частности, установить, что коэффициент диффузии экспоненциально уменьшается при уменьшении температуры. При уменьшении температуры вакансии и образовываться, и перемещаться труднее.

В этом рассказе о самодиффузии мы все время оперировали классическими, не квантовыми представлениями. Квантово-механические волновые свойства атомов допускают еще один способ перемещения вакансии — атом может преодолеть потенциальный барьер не за счет флуктуационного «прыжка», а благодаря туннельному эффекту — квантовой возможности проходить под потенциальным барьером.

Сравнение двух способов показывает: во-первых, при высоких температурах всегда более вероятен классический надбарьерный способ, во-вторых, чем атом легче, тем больше вероятность туннельного подбарьерного способа перемещения. В случае достаточно тяжелых атомов вероятность туннельного перехода столь мала, что роль квантовых эффектов в диффузии незначительна. Остается сформулировать: *диффузия называется квантовой, если в перемещении атомов главную роль играет туннельный, а не надбарьерный переход атомов из одного положения равновесия в другое.* Переход от классической диффузии к квантовой проявляется в отклонении от «привычной» температурной зависимости коэффициента диффузии (рис. 19).

Теперь о квантовом кристалле. Внимательный читатель, может быть, заметил некоторую непоследовательность в нашем рассуждении. Для квантовой самодиффузии необходимы вакансии. Но откуда им взяться в равновесном кристалле при абсолютном нуле

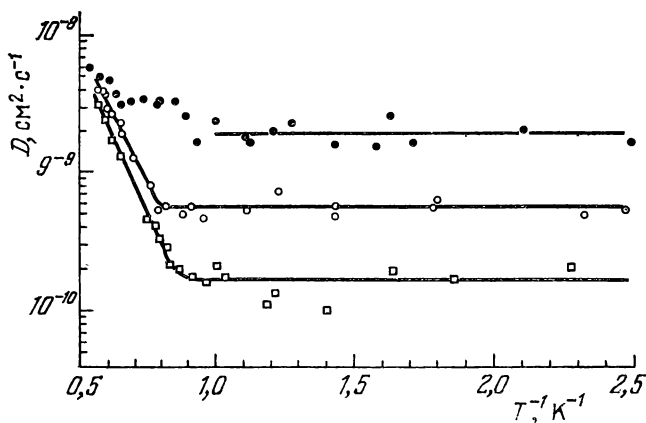


Рис. 19. Температурная зависимость коэффициента диффузии  $D$  атома  $^3\text{He}$  в твердом  $^4\text{He}$  (при различных концентрациях атомов  $^3\text{He}$ ). При высоких температурах ( $T > 1$  К) коэффициент диффузии, как ему и полагается согласно классическим законам, экспоненциально растет с падением температуры; температурный ход при  $T < 1$  К показывает, что наблюдается квантовая диффузия

температуры, если их существование энергетически невыгодно?

Оказывается, способность вакансии перемещаться туннельным образом объясняет факт существования вакансий в равновесном кристалле при  $T = 0$  К. Действительно, взгляните на рис. 20. Левая его сторона иллюстрирует утверждение: энергия кристалла с вакансией ( $E'$ ) больше энергии кристалла без вакансий ( $E_0$ ). Правая сторона требует разъяснений.

«С точки зрения вакансии» кристалл есть периодическое поле сил, способность перемещаться в котором

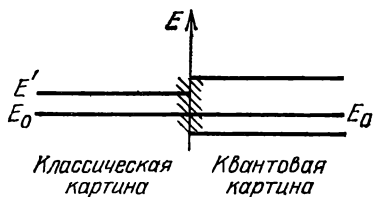


Рис. 20. Энергия кристалла с вакансией  $E'$  согласно классическим представлениям всегда больше, чем энергия кристалла без вакансии. Справа на рисунке изображена зона разрешенных значений энергии кристалла с вакансионом. Видно, что согласно квантовым представлениям кристалл с вакансионом может обладать меньшей энергией, чем идеальный кристалл

для вакансии связана с туннельным просачиванием через барьеры, отделяющие один узел кристаллической решетки от другого. Но движение в периодическом поле сил, как мы видели, похоже на движение в свободном пространстве. В частности, состояние вакансии должно описываться определенным квазиимпульсом — вектором, похожим по своим свойствам на импульс. А кроме того, и это для нас сейчас главное, вакансия, точнее, кристалл с вакансией может иметь различную энергию в зависимости от величины квазиимпульса вакансии.

Квантовый подход показал, что энергия кристалла с вакансией занимает интервал (полосу, зону). Если низ этой полосы ниже  $E_0$  (см. правую сторону рис. 20), то образование подвижной вакансии в кристалле энергетически выгодно — вакансии должны быть в равновесных кристаллах при  $T=0$  К. Но вдумайтесь, как изменились под воздействием квантовой механики наши представления о вакансии! Из незаполненного узла кристаллической решетки — места, куда могут попадать соседние атомы, вакансия превратилась в настоящую квазичастицу со всеми причитающимися ей атрибутами: квазиимпульсом, зоной разрешенных значений энергий, законом дисперсии и т. д. и т. п. Квантовая вакансия достойна специального наименования. Оно ей и было присвоено. Квазичастицу, описывающую движение квантовой вакансии, именуют *вакансионом*.

Легкий примесный атом в кристалле тоже ведет себя подобно квазичастице. Эту квазичастицу (пока еще полушутливо) называют *примесоном*. Самодиффузию и диффузию в квантовой области можно описать как газовую диффузию вакансионов и примесонов и использовать представления кинетической теории газов, т. е. вводить длину свободного пробега, сечение рассеяния и т. д. Очень важным обстоятельством при построении теории квантовых кристаллов является то, что вакансии или атом примеси в результате туннелирования обретают свойства частиц, движущихся в *периодическом* поле. Как ни парадоксально, одиночный акт туннелирования значительно менее вероятен, чем квазисвободное движение с энергией из зоны разрешенных значений. Это — основа зонной теории твердого тела (см. главку «Электроны. Энергетические зоны»).



Что из себя представляет кристалл с вакансиями? Если бы мы могли получать фотографии, позволяющие видеть каждый атом кристалла, то обнаружили бы странную ситуацию: на последовательно (по времени) сделанных снимках один и тот же узел кристаллической решетки то содержал бы атом, то нет. Более строго, но, по-видимому, менее наглядно: *положение атомов кристалла не строго определено*. Атомы перемещаются, так как не все узлы решетки заняты даже при  $T=0$  К(!). Кристалл с вакансиями и получил название квантового кристалла.

Квантовый кристалл — особое состояние вещества, занимающее промежуточное положение между квантовой жидкостью и классическим кристаллом. У обычного кристалла волновые свойства атомов приводят к существованию нулевых колебаний; у квантовых жидкостей — полностью разрушают кристаллическую структуру, а у квантовых кристаллов, сохраняя выделенность узлов кристаллической решетки, волновые свойства допускают перемещение атомов с узла на узел.

Квантовое движение атомов с узла на узел может проявиться не только в кристаллах с вакансиями, но и в кристаллах, состоящих из атомов разных сортов, в частности, в сплавах типа замещения, в которых элементарным актом перемещения будет туннельный обмен местами разных соседних атомов.

Теоретический анализ показывает, что квантовые кристаллы должны обладать уникальными свойствами; исследование их — дело будущего \*). Мы приведем один экспериментальный факт, с несомненностью показывающий, что квантовый кристалл — не гипотетический, а реально существующий объект. Факт этот относится к исследованию свойств твердого гелия — гелия под давлением. Рентгеноструктурный анализ дает возможность измерить расстояния между узла-

---

\*) Экспериментальные исследования квантовых кристаллов активно развивались и развиваются. Квантовый кристалл перестал быть гипотетическим объектом. Наиболее полно исследован твердый гелий — естественно, под давлением. Квантовые представления о движении вакансий и примесных атомов были разработаны А. Ф. Андреевым и И. М. Лифшицем, а также Ю. Каганом и Л. А. Максимовым. Эти представления привели к построению теории квантовых кристаллов. (Примеч. М. И. К.)

ми кристаллической решетки твердого тела. Это и было сделано.

Знание размеров ячейки кристалла и веса атома гелия позволяет вычислить его плотность, которую, кроме того, можно определить и непосредственно взвешиванием. Оказалось, что получаются разные результаты — кристалл легче, чем ему положено быть. Положено быть, если кристалл классический — без вакансион. В квантовом кристалле есть вакансии — нелокализованные пустые узлы, поэтому он легче.

Исследование диффузии в твердом гелии, о котором мы уже говорили, подтвердило точку зрения, согласно которой твердый гелий вблизи абсолютного нуля температуры — квантовый кристалл (см. рис. 19).

### НЕЗАТУХАЮЩИЕ МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ

Движение электронов в атоме часто приводят в виде примера незатухающего движения. Однако если атом возбудить, т. е. заставить электроны двигаться «быстрее, чем им положено», то за очень короткий промежуток времени атом испустит фотон и перейдет в основное состояние.

Движение на макроскопическом уровне — течение жидкости, качение колеса или что-либо другое — обязательно надо поддерживать, иначе оно прекратится, а энергия этого макроскопического движения превратится в тепло, «растратится» на беспорядочное движение атомов и молекул. Даже небесные тела постепенно замедляются: из-за трения о межпланетный газ, из-за образования приливных волн и т. п. Правда, процесс этот крайне медленный, и нет основания опасаться, что Луна, затормозившись, упадет на Землю в предвидимом будущем.

Из этого, казалось бы, общего правила, согласно которому макроскопическое движение не может существовать без поддержки, существуют исключения. Это — сверхтекучесть гелия и сверхпроводимость металлов. Сверхтекучесть, открытая П. Л. Капицей, заключается в потере гелием вязкости при температуре 2,19 К, в его способности протекать, не тормозясь, через узкие капилляры.

Сверхтекучесть проявляется во многих свойствах этой удивительной жидкости. Сверхтекучесть получила исчерпывающее объяснение в работах Л. Д. Лан-

дау сороковых годов. Сверхпроводимость, открытая Г. Каммерлинг-Оннесом на ртути в 1911 г., заключается в потере металлом сопротивления и сопровождается появлением у металла других удивительных свойств. Микроскопическая теория сверхпроводимости создана Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером (1956 г.).

Отличительная черта поведения атомных частиц, принимающих участие в сверхтекучем и сверхпроводящем движении, состоит в их строгой согласованности. Все частицы ведут себя как нечто единое целое, оставаясь при этом жидкостью, способной течь. Для этого состояния придуман даже специальный термин — *конденсат*.

Существование конденсата отличает сверхтекучесть и сверхпроводимость от других макроскопических движений, в которых наблюдаемые эффекты создаются хаотическим движением огромных коллективов частиц или квазичастиц.

Моделью, конечно, очень примитивной, сверхтекучего и сверхпроводящего движения может служить движение колонны солдат в сравнении с суматошным хождением по улице горожан.

Подчеркнем: сверхтекучесть и сверхпроводимость — *макроскопические* явления. Они непосредственно регистрируются макроскопическими приборами. Однако оба явления имеют *квантовую* природу. По существу, только сверхтекучесть и сверхпроводимость дают возможность в макроскопическом эксперименте наблюдать квантовые законы движения\*).

Проникновение квантовой физики в физику твердого тела и даже в технику притупляет чувство удивления перед необычностью, непредставимостью квантовых законов. Действительно, дискретность атомных уровней энергии (основа спектрального анализа), казалось бы, никого не может удивить. И все же непосредственное наблюдение в макроскопическом эксперименте дискретности квантовых состояний даже сегодня производит глубокое впечатление. Такой эксперимент поставлен: в результате квантованности сверх-

---

\*) Лучше сказать иначе: только сверхтекучесть и сверхпроводимость дают возможность экспериментально наблюдать макроскопические квантовые движения и изучать их законы. (Примеч. М. И. К.)

Рис. 21. Опыт, позволяющий обнаружить квантование магнитного потока. Магнитный поток  $HS$ , пронизывающий сверхпроводящий полый цилиндр, площадь отверстия в котором  $S$ , равен целому числу квантов потока

$$\Phi_0 = 2\pi\hbar c/2e \approx 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2.$$

Число 2 в знаменателе показывает, что сверхпроводящий ток состоит из куперовских пар электронов



проводящего движения в цилиндрическом сверхпроводнике (рис. 21) магнитный поток в нем может принимать только дискретные значения.

Не вдаваясь в специфику свойств металлов в сверхпроводящем состоянии, можно оба явления — сверхтекучесть и сверхпроводимость — рассматривать вместе. По словам Ландау, *сверхпроводимость — это сверхтекучесть заряженной жидкости*. Какова же природа сверхтекучести?

В главе «Фононы в гелии» мы подчеркивали, что все возможные движения атомов гелия микроскопического масштаба есть не что иное, как звуковые волны — фононы. Задумаемся над этим утверждением.

Ясно, что невозможность индивидуальных атомных движений обусловлена связью между атомами гелия — взаимодействием между ними. Оно имеет как непосредственно силовую, так и чисто квантовую природу (см. выше) и, естественно, разрушается с ростом температуры. Мерой этого взаимодействия может служить для гелия температура исчезновения сверхтекучести, а для металлов — температура перехода в нормальное состояние.

Итак, взаимодействие между частицами создает связанную систему («колонну солдат»), которая может двигаться как нечто целое. Что же мешает превращению этого упорядоченного движения в тепловое, «разбазариванию» энергии упорядоченного движения? Продолжим аналогию с колонной солдат. Упорядоченное движение колонны может разрушиться, даже если солдаты не покинут строй. Что произойдет, если ряды в колонне начнут изгибаться и колебаться? Что этому мешает? В случае движения солдат — дисциплина. А в случае движения атомов гелия?...

Ясно, что возникновение теплового движения (пусть для простоты эксперимент происходит при абсолютном нуле температуры) связано с рождением фононов — ведь другого движения в гелии попросту нет. Как каждый процесс в физике, процесс рождения фонона подвластен законам сохранения импульса и энергии, анализ которых показывает: фонон может родиться, если скорость потока  $V$  больше минимальной скорости фонона, т. е.  $V > \min(\epsilon/p)$ . Это условие получило название *критерия Ландау*. Так как  $\epsilon/p$  в случае гелия ни при каком импульсе не обращается в нуль (см. рис. 2 на стр. 29), то ясно, что движение со скоростью, меньшей  $V_{кр} = \min(\epsilon/p)$ , не сопровождается диссипацией энергии, происходит без трения и, следовательно, может продолжаться вечно без поддержки. Из этого анализа видно, что хотя сверхтекучее движение не сводится к движению квазичастиц, возможность его существования обеспечена свойствами квазичастиц, в данном случае — фононов, для которых  $\min(\epsilon/p) \neq 0$ .

Правда, надо иметь в виду, что и возникновение связанного состояния всех атомов гелия, и отличие от нуля  $\min(\epsilon/p)$ , имеют одну и ту же природу. Если бы атомы в гелии не были связаны, то энергия их движения равнялась бы  $\frac{p^2}{2m}$ , а при этом  $\min \frac{p^2}{2mp} = 0$ .

Несколько дополнительных слов о сверхпроводниках. Опушенный нами по необходимости анализ показывает, что сверхтекучести благоприятствует бозе-статистика. Атомы тяжелого изотопа гелия — бозоны, а электроны металла — фермионы. Долгое время именно это обстоятельство затрудняло понимание природы сверхпроводимости. Оказалось, что переход в сверхпроводящее состояние обеспечивается образованием своеобразных электронных квазиатомов — *пар*, состоящих из двух электронов. Пары образуются из-за небольшого притяжения между электронами. Оно проявляется на фоне большого электростатического отталкивания и обусловлено обменом фононами: один электрон рождает фонон, а другой поглощает.

Отметим, что размер пары по атомным масштабам велик. Скоррелированное движение электронов в паре происходит на расстоянии, приблизительно в несколько тысяч раз превышающем размеры атома. Это объ-

ясняет тот удивительный факт, что небольшое притяжение оказывается существеннее большого электростатического отталкивания электронов. Пары — это бозоны; они и создают конденсат, тем самым являясь строительным материалом сверхпроводящего потока \*).

Мы начали свой рассказ с вопроса «Из чего состоит?...» Сверхпроводящий поток — прекрасный пример сложности, диалектичности понятия структурной единицы. Пары могут существовать лишь в коллективе электронов. Для их образования необходим вырожденный электронный газ, составной частью которого является каждый из участников пары — электрон металла. С другой стороны, движение каждой пары в определенном смысле индивидуализировано, каждая пара переносит заряд, равный двум зарядам электрона. Об этом однозначно свидетельствует величина кванта магнитного потока в пространстве, окруженном сверхпроводником. Анализ условий квантования показывает, что квант потока равен  $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{Q}$ , где  $Q$  — элементарный заряд носителя. В опытах, о которых мы рассказали выше, установлено, что  $Q = 2e$ , где  $e$  — заряд электрона.

Наконец, несколько слов о квазичастицах в сверхпроводнике. Образование пар, т. е. связанных попарно состояний электронов, приводит к перестройке энергетического спектра металла. В связи с тем, что для возбуждения электронной системы в сверхпроводящем состоянии надо «разорвать» пару, в спектре существует энергетическая «щель», равная тому минимальному значению энергии, добавление которой система электронов сверхпроводника может воспринять. Существование «сверхпроводящей щели» в электронном энергетическом спектре подтверждено большим числом экспериментов. Идейно наиболее простой экспе-

---

\*) В 1959 г. Л. П. Питаевский предсказал, что атомы  $^3\text{He}$  (они — фермионы) при температуре вблизи абсолютного нуля образуют пары, и  $^3\text{He}$  переходит в сверхтекучее состояние. Сверхтекучесть  $^3\text{He}$  была открыта в 1972 г. (Д. Д. Ошерофф, Р. С. Ричардсон, Д. М. Ли). Структура сверхтекучего состояния  $^3\text{He}$  значительно сложнее структуры сверхтекучего состояния  $^4\text{He}$ . (Примеч. М. И. К.)

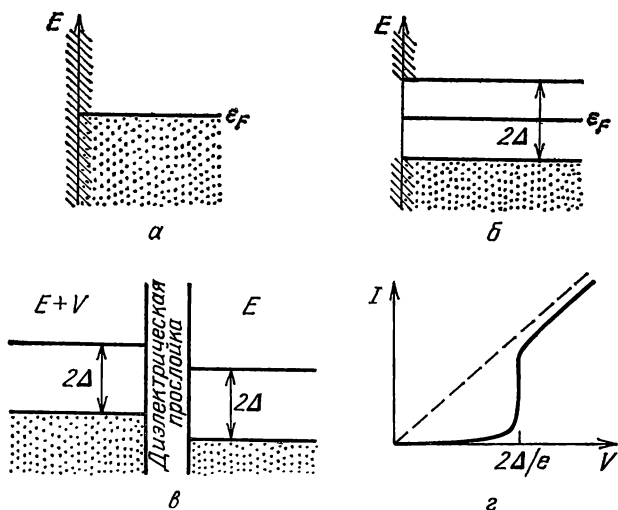


Рис. 22. Энергетическая структура нормального металла (а) и сверхпроводника (б). Над энергией Ферми в сверхпроводниках есть щель, показывающая, какую энергию надо затратить, чтобы разорвать куперовскую пару. Энергетическая структура сверхпроводящего диода (в) — двух одинаковых сверхпроводников, разделенных тонкой ( $\approx 10^{-6}$  см) диэлектрической прослойкой. Вольт-амперная характеристика такого диода (г) демонстрирует наличие энергетической щели

римент — наблюдение порогового значения на вольт-амперной характеристике туннельного сверхпроводящего диода (рис. 22).

## ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ.

### ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

### И МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

Говоря о твердом теле, мы в большинстве случаев подразумевали кристалл — систему правильно расположенных в пространстве частиц. Не все из описанных свойств и черт кристаллов исчезают в неупорядоченном состоянии. Например, металл остается проводником даже после плавления: его проводимость существенно не изменяется в точке плавления.

Для возникновения свободных электронов существенно не то, что атомы правильно расположены, а отрыв валентных электронов от ядер, происходящий благодаря сближению атомов.

Квантовый язык для количественного описания свойств неупорядоченных систем в настоящее время создается, в последние годы имеются существенные достижения. Однако тогда, когда неприменимо описание с помощью квазичастиц, вся система представлений сложна, и рассказать о полученных результатах без формул пока не представляется возможным.

Возникновение простых наглядных образов, как правило, завершает создание определенной области теоретической физики, свидетельствуя об ее идейной законченности. Это одна из характерных черт *квантовой* физики, для которой наглядность не может служить руководящей нитью для создания *новых* теорий.

Кристалл — пример высокоорганизованной материи. Зная структуру одной кристаллической ячейки размерами  $3\text{ \AA} \times 3\text{ \AA} \times 3\text{ \AA}$ , мы простым периодическим продолжением по всем направлениям строим макроскопическое тело. Живое вещество — тоже пример высокой организации. Но если можно для организации материи создать «шкалу ценностей», то следует признать, что организация живой материи значительно выше. Хотя шифр организации живого вещества, как и у кристалла, закодирован в одной молекуле (правда, по масштабам неживой природы — огромной), принцип построения не имеет ничего общего с простым периодическим продолжением.

И еще одно. В кристалле легко отделить структуру, т. е. расположение атомов и молекул, от движения, которое совершается как бы на фоне структуры. Мы говорили, что расположение атомов задает географию мира квазичастиц — носителей движения. Конечно, отделение условно: устойчивость той или другой конфигурации зависит не только от статических, но и от динамических ее свойств. Живая материя в этом смысле устроена, по-видимому, совершенно иначе. Устойчивость живого поддерживается непрекращающимся движением — обменом живого организма со средой.

Речь идет о том движении, которое и есть жизнь. С прекращением жизнедеятельности любой биологический объект может быть описан стандартным физическим языком. Такая система будет релаксировать, стремясь к термодинамическому равновесию в соответствии с законами физики. Описание движений в такой системе не отличается от описания движений в любых телах неживой природы. В частности, можно



установить структуру биологического объекта и на ее фоне рассматривать движение атомных частиц. Процессы, происходящие в *живом* организме, этим стандартным языком описаны быть не могут. Биологический объект в известном смысле «работает» как машина, отдельные части которой выполняют вполне определенные функции...

И все же, несмотря на ясно видимые отличия между кристаллом и живым веществом, нет сомнений, что идеи и представления, возникшие при изучении квантовых свойств твердых тел, найдут себе применение в физике живого. И не только в объяснении отдельных действующих в живых организмах механизмов превращения и переноса энергии. Это очевидно. Но и при решении более фундаментальных проблем — проблем возникновения жизни, эволюции живой материи и т. п. Подобные надежды основываются на знании многообразия качественно различных подходов, созданных для исследования свойств макроскопических систем: от феноменологического описания явления, достаточно строгого, но ни в коей мере не выясняющего его природы, до подробного объяснения роли всех микроскопических частиц, участвующих в явлении.

Мы хотим оградить себя от слишком буквального и потому вульгарного понимания. Живая материя состоит из элементов (белковых макромолекул, молекул ДНК и т. п.), каждый из которых представляет крайне интересный физический объект, в понимании свойств и функции которого физика конденсированного состояния вещества играет и сыграет очень существенную роль. На этом уровне уже сейчас достигнуты весьма значительные успехи. Переход от молекулярного уровня к субклеточному, клеточному и организму в целом вскрывает специфику процессов и явлений, разыгрывающихся на разных «этажах» биологических конструкций. По-видимому, физическое описание этих специфических процессов и явлений требует создания качественно новых представлений, учитывающих своеобразие кинетических явлений в условиях жесткого режима управления всей биологической системой. Скорее всего, при создании этих представлений физика твердого тела может помочь не столько своими конкретными результатами, сколько примером создания новых понятий при переходе от одного уровня организации материи к другому.

## ПОСЛЕСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Двенадцать лет при современном темпе развития науки — очень длительный период. Конечно, за эти годы существенно изменилась и квантовая теория конденсированного состояния вещества. Многие вопросы, которые волновали нас, когда писалась эта брошюра, перестали быть актуальными — отошли на задний план, а появились новые, в те годы еще не сформулированные. Но *основные идеи и принципы квантовой физики твердого тела*, популярному изложению которых посвящена эта книжка, *не потребовали пересмотра*. По-прежнему для расчета макроскопических характеристик твердых тел приходится переходить от частиц (элементарных структурных единиц тела) к квазичастицам (элементарным возбуждениям — структурным единицам энергии тела). Использование усовершенствованных электронных вычислительных машин позволило добиться впечатляющих успехов в расчете зонного спектра, законов дисперсии квазичастиц, обнаружить связь между индивидуальными характеристиками атомов, молекул, ионов, с одной стороны, и электронами проводимости, фононами, магнонами — с другой.

Огромны успехи в понимании структуры и свойств неупорядоченных систем. Оказалось, что неупорядоченность системы атомных частиц (стекол, неупорядоченных сплавов и т. п.) не ликвидирует возможность однозначных предсказаний макроскопических свойств. Неупорядоченные системы надолго стали одним из наиболее популярных объектов квантовой теории твердого тела. Оставаясь в рамках общих представлений, можно попытаться объяснить интерес к неупорядоченным системам несколькими фразами.

Во-первых, как всегда, потребности практики: неупорядоченность в ряде случаев улучшает свойства. Во-вторых, людей (а научные работники разве не люди?) всегда привлекают трудные задачи, а задачи о динамических свойствах неупорядоченных систем значительно труднее аналогичных задач о кристаллах. И, наконец, в-третьих, переход от частиц к квазичастицам, как неоднократно подчеркивалось в «Квазичастицах», означает возможность перейти (как бы) от *конденсированной среды* (системы сильно взаимодействующих частиц) к *газу квазичастиц*. Но ведь это означает отказ (опять как бы!) от исследования конденсированной среды. Мы мол думали, что имеем дело с конденсированной средой, а она оказалась «всего лишь» газом. Так вот, когда речь идет о неупорядоченных средах, избавиться от того, что среда конденсированная, не удастся. Интерес (конечно, вместе с трудностями) возрастает! Неизбежность многочастичного подхода сближает исследование неупорядоченных систем с исследованием фазовых переходов второго рода и критических явлений. Ведь при достаточной близости к критическим точкам ни с помощью газа частиц, ни с помощью газа квазичастиц описать свойства твердого тела не удастся. Требуются (и имеются) иные модели и представления и в физике неупорядоченных систем, и в физике критических явлений. Они получили существенное развитие в последние годы и ждут своего популярного наглядного изложения \*).

Любопытно, что успехи физиков в обоих направлениях получили в последние годы самую высокую оценку: в 1982 г. Нобелевская премия по физике была присуждена К. Вильсону, сыгравшему выдающуюся роль в понимании фазовых переходов, а в 1977 г. Н. Мотт и Ф. Андерсон получили Нобелевскую премию за развитие квантовой теории неупорядоченных систем \*\*).

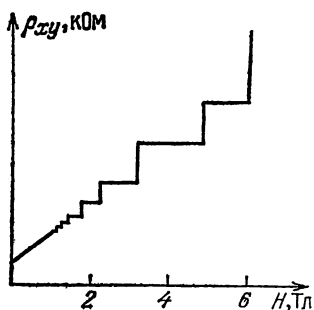
Мы редко задумываемся о том, что углубление в свойства вещества сопровождается своеобразным отчуждением от объектов реальной природы. Исследо-

---

\*) Можно рекомендовать прекрасную книгу А. Л. Эфроса «Физика и геометрия беспорядка» („Библиотечка «Квант»“, — М.: «Наука», 1982), которая, как видно из названия, посвящена физике неупорядоченных систем. Популярное изложение физики критических явлений мне неизвестно.

\*\*) В 1977 г. среди нобелевских лауреатов по физике был еще и Дж. Ван-Флэк. Он получил премию за работы по магнетизму.

Рис. П.1. Типичная зависимость холловского сопротивления  $\rho_{xy}$  полевого транзистора от магнитного поля  $H$ , перпендикулярного поверхности полупроводника



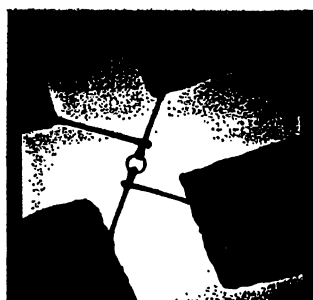
вание механизмов проводимости металла заставляет нас очищать металл от примесей, хотя без примесей в естественных условиях металл не встречается. Но все же здесь мы имеем дело не с объектом, созданным исследователем, а с образцом, улучшенным экспериментатором. В последнее время много внимания в физике конденсированного состояния уделяется истинно искусственным, рукотворным объектам. Удивительные результаты получены при изучении свойств полевого транзистора, т. е. по сути—двумерной системы электронов на границе полупроводника и диэлектрика. Оказалось, что зависимость холловской проводимости такого электронного газа от магнитного поля, перпендикулярного поверхности образца, содержит ступеньки (рис. П.1), причем холловское сопротивление на ступеньках с фантастической точностью равно

$$\frac{2\pi\hbar}{e^2} \frac{1}{i}, \quad i = 1, 2, 3,$$

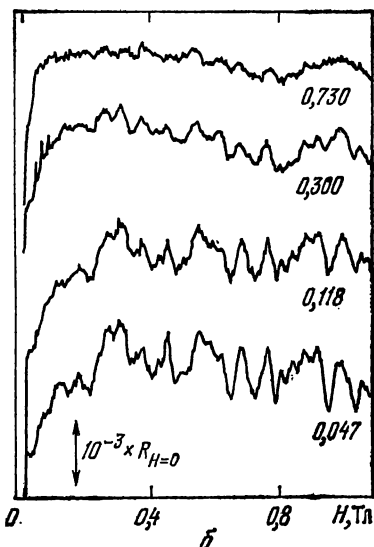
Точность получаемых значений такова, что заставила пересмотреть величины входящих в выписанное выражение мировых постоянных. Это не единственный пример того, как физика конденсированного состояния обогащает науку о структурных единицах вещества.

Все явление получило название квантового эффекта Холла (Кlaus фон Клитцинг, Нобелевская премия 1985 г.).

Совершенствование экспериментальной техники позволило создавать не только искусственные двумерные системы, но и трехмерные. Речь идет о сверхрешетках. Экспериментаторы научились «строить» ис-



*a*



*б*

Рис. П.2. *a* — Мезоскопический объект: золотой проводящий мостик, нанесенный на диэлектрик методом электронной фотографии. Диаметр петли 245 нм.

*б* — Зависимость сопротивления мостика, изображенного на рисунке (*a*), от магнитного поля  $H$  при разных температурах (значения температуры в кельвинах указаны рядом с кривыми).

Оба рисунка взяты из статьи: Washbunn S., Webb R. A. // Adv. in Phys.— 1986.— V. 35, № 4.— P. 375—422.

кусственные кристаллы. Появились новые термины: зонная инженерия (создание кристалла с желаемой зонной структурой) и — даже! —  $\Psi$ -инженерия (создание кристалла с желаемой волновой функцией электронов). Конечно, терминология несколько забегаёт вперед. Интерес к искусственным кристаллам подогревается не только возможными применениями. Удастся экспериментально осуществить ситуации (значения параметров), не встречающиеся в природе, но допускающие полный теоретический анализ.

В последние годы в статьях, в выступлениях на конференциях и семинарах появился новый термин — *мезоскопика*. Он означает изучение промежуточных объектов, расположенных как бы между микроскопическими и макроскопическими. Хотя эти объекты содержат макроскопическое число атомов (рис. П.2, *a*), их свойства зависят от конкретного расположения

микрочастиц в нем (например, примесных атомов в миниатюрном проводнике). Проявляются мезоскопические свойства по-разному. Например, в своеобразной осциллирующей зависимости сопротивления  $R$  от магнитного поля  $H$  (рис. П.2, б). Чувствительность проводимости к расположению атомов-рассеивателей — следствие квантового характера движения электрона по образцу: при упругом рассеянии волновая функция электрона не теряет свою фазу, возникает интерференция между электронными волнами, следствием которой и является почти хаотическая зависимость  $R_0 = R_0(H)$ .

И в данном случае стимулом к исследованию мезоскопических свойств послужила практика: миниатюризация электронных систем привела к открытию предельных размеров макроскопических систем. Но обнаруженные свойства мезоскопических систем оказались столь интересными, что привлекли к себе физиков-теоретиков, не ставящих перед собой прикладные цели, но желающих глубоко разобраться в квантовом поведении коллективов атомных и субатомных частиц.

Каждое твердое тело ограничено. В квантовой физике твердого тела поверхность в большинстве случаев рассматривалась как обязательный неустранимый дефект. Иногда с ним надо считаться, но «приятнее» заниматься теми свойствами твердого тела, которые от поверхности не зависят. Структура самой поверхности, зависимость ее свойств от обработки, характер взаимодействия атомов, ионов и электронов с поверхностью — все эти вопросы располагались как бы на периферии квантовой физики твердого тела. Правда, было несколько вопросов динамики приповерхностных частиц, которые «допускались» в «высокую теорию»: речь идет о поверхностных колебаниях разного типа — от рэлеевских поверхностных звуковых волн до таммовских поверхностных электронных уровней.

За прошедшие годы после выхода в свет «Квази-частиц» отношение к поверхности изменилось. Поверхность воспринимается как интересный (а не мешающий) физический объект. Тонкие теорфизические исследования упорядочения адсорбированных атомов или фазовых переходов типа огранки сопровождаются не менее точными экспериментами, позволяющими видеть все, что происходит на поверхности твердого тела. Изобретение туннельного микроскопа (Нобелев-

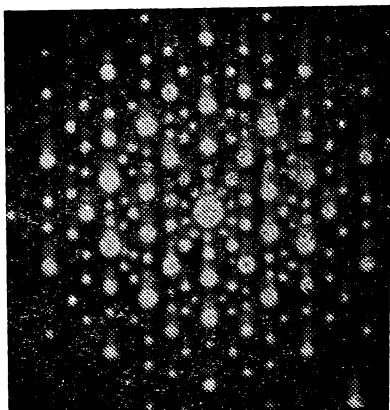


Рис. П.3. Электронограмма металлического сплава (Al+14% Mn), на которой четко видна ось 5-го порядка.

Рисунок взят из работы: *Shechtman D., Blech I.// Phys. Rev. Lett.—1984.— V. 53, № 20.— P. 1951—1953.*

ская премия 1986 г. Г. Биннингу и Г. Рореру \*))) дало возможность глагол «видеть» понимать буквально — его разрешающая способность порядка нескольких ангстремов.

Кристаллография казалась практически завершенной наукой. Вроде географии. Земля изучена, и современный географ только следит, как человек изменяет (а иногда уродует) среду своего обитания. Так и кристаллограф, познав все возможные структуры и их элементы симметрии, исследует роль дефектов различного типа. К некоторым положениям кристаллографии мы столь привыкли, что возможность их нарушения попросту никогда не обсуждалась. К числу таких положений несомненно относится утверждение о том, что с периодичностью кристалла совместимы только оси симметрии 2-го, 3-го, 4-го и 6-го порядков. Публикация электронограммы (рис. П.3), на которой четко видна ось симметрии 5-го порядка, могла кем-то восприниматься как розыгрыш, первоапрельская шутка. Но оказалось, что это не розыгрыш. Все новые публикации и теоретическое разбирательство наблюдений привели к рождению нового объекта исследований — квазикристаллов, структурный анализ которых «выдает» такие странные электронограммы.

В последнее время были выращены крупные квазикристаллы  $Al_6CuLi_3$ . Фотография одного из них при-

\*) Премия 1986 г. была присуждена Г. Биннингу, Г. Рореру и Э. Руска. Последний был награжден за создание электронного микроскопа.



Рис. П.4. Фотография квазикристалла  $\text{Al}_6\text{CuLi}_3$  (длина линейки равна 0,5 мм).

Фотография прислана из США Ф. Гейлом (F. W. Geyle, Reynolds, Metals Company) Л. Левитову

ведена на рис. П.4. Ясно видна необычная пятиугольная огранка \*).

Но, конечно, истинной сенсацией, сделавшей физику твердого тела героем не только (и даже не столько) научной литературы, но и газет, журналов, радио- и телепередач, было открытие высокотемпературных сверхпроводников, т. е. сверхпроводников с критической температурой перехода, превышающей температуру кипения азота \*\*). Началá осуществляться мно-

---

\*) В этой брошюре почти не упоминаются те, кто создал квантовую теорию твердого тела в ее сегодняшнем виде, хотя перечень, если его привести, был бы весьма впечатляющим. Говоря о квазикристаллах, хочется сделать исключение. Авторами одной из первых работ по теории квазикристаллов были трое студентов Московского физико-технического института П. Калугин, А. Китаев, Л. Левитов. Их учеба и научная работа проходила и проходит сейчас в Институте теоретической физики АН СССР им. Л. Д. Ландау.

\*\*) Нобелевскую премию 1987 г. получили И. Г. Беднорц и К. А. Мюллер. Они показали, что в сложной системе (керамике), содержащей Ва, La, Cu и О, температура перехода несколько выше 30 К. Тем самым, они обратили внимание на ранее не проверявшийся на сверхпроводимость класс веществ. Очень скоро было обнаружено, что среди них есть настоящие высокотемпературные сверхпроводники. Сейчас, когда пишутся эти строки, ре-



голетняя мечта человечества: инженеры получили относительно дешевый проводник тока, не имеющий сопротивления (дешевизна связана с тем, что для сохранения сверхпроводимости нет необходимости поддерживать сверхнизкую — гелиевую температуру, как при работе с классическими сверхпроводниками). К чему приведет открытие высокотемпературной сверхпроводимости, сказать трудно. Оптимисты считают, что мы на пороге новой технической революции, аналогичной той, которая произошла после создания полупроводниковых транзисторов. Посмотрим. Темпы развития науки и передачи ее достижений в инженерную практику так велики, что, возможно, первые успехи станут известны до выхода в свет этого издания.

Природа высокотемпературной сверхпроводимости не понята до сих пор. На эту проблему «набросились» многие. Существует много различных предположений. Ответа пока нет. Возможно, анализ разнообразных моделей (среди которых некоторые отличаются истинной оригинальностью) приведет к глубинному пересмотру представлений об энергетическом спектре твердых тел (это с точки зрения теоретика было бы наиболее важным результатом), а возможно, постепенно возникнет убеждение, что высокая температура перехода — своеобразная игра констант: ведь не удивляемся мы, что одни ферромагнетики имеют температуру Кюри порядка  $10^3$  К (Fe:  $T_c=1043$  К; Co:  $T_c=1604$  К; Ni:  $T_c=631$  К), другие — порядка  $10$  К (Tm:  $T_c=38$  К). А природа ферромагнетизма всех этих магнетиков одна и та же — обменное взаимодействие между спинами парамагнитных атомов или молекул. Правда, к слову «природа» можно относиться по-разному. Например, считать, что природа ферромагнетизма железа и тулия различна, так как в случае железа важную роль играет зонный (делокализованный) характер упорядочивающихся электронов, а у тулия обменное взаимодействие хорошо локализованных электронов осуществляется через электроны проводимости, которые служат посредниками — переносчиками взаимодействия. В последнем случае обменное взаимодействие называется косвенным.

---

кордно высокая температура перехода  $T_{кр}$  в сверхпроводящее состояние — у таллиевой системы ( $Tl_2Ca_2Ba_2Cu_3O_x$ ):  $T_{кр}=120\div 130$  К.

Физика конденсированного состояния вещества, питаясь идеями «соседей», сама служит источником новых идей. Конечно, и в последние годы обмен идеями идет очень активно. Мне трудно говорить о том, что происходит в молекулярной биологии (нет Ильи Михайловича!), но, кажется, замечания, высказанные в конце брошюры, не пришли в противоречие с практикой исследования. Подходы и представления квантовой физики конденсированного состояния все глубже проникают в биологию, не говоря уже о том, что начатое Ильей Михайловичем исследование статистической термодинамики и кинетики макромолекул получило существенное развитие.

Задумываясь над развитием физики, поражаешься тому, какую бесконечно огромную область она охватила.

Проникновение вглубь вещества традиционно для физики. Поэтому исследование «устройства» элементарных частиц, в последние годы принесшее много новых открытий, как бы *продолжает* углубление в структуру материи — поиски и изучение «кирпичей», из которых она построена.

Одновременно активно развивается космология — наука о строении и происхождении Вселенной — мира как целого. Как это ни поразительно, опираясь на достижения земной физики, можно установить «сценарий» возникновения Вселенной и ее динамику от первых мгновений до сегодняшнего дня. Более того, это построение использует знание законов взаимодействия и взаимопревращения элементарных частиц. Так происходит удивительное смыкание микро- и макрофизики. Трудно придумать более наглядное доказательство единства материального мира.

Это отступление от квантовой теории твердого тела понадобилось, чтобы заметить: и в физике элементарных частиц, и в космологии появились и бытуют термины из физики твердого тела. Фазовые переходы исследуют и в теории элементарных частиц, и при рассмотрении качественного изменения материи, наполняющей все пространство. Не нужно думать, что переносятся только термины для придания наглядности (как например, использовали для обозначения сортов кварков слово «цвет» и названия цветов — красный, желтый и т. д.). Использование твердотельных представлений основано на реальном сходстве

явлений, на тождественности математического аппарата, описывающего эти явления.

К сожалению, нет возможности остановиться на этом подробнее. Хочется только обратить внимание на то, какие идеи квантовой физики твердого тела оказались продуктивными в далеких от физики твердого тела областях. Прежде всего, конечно, идея квазичастиц как элементарных структурных единиц энергии системы. Эта идея естественным образом «прижилась» в теории ядра. Трудно этому удивляться, так как ядро — совокупность сильно взаимодействующих частиц, движение которых нельзя рассматривать независимо — типичное конденсированное состояние вещества (особенно тяжелое ядро).

Но, пожалуй, наиболее продуктивным оказались идеи, связанные с фазовыми переходами. Как мне кажется, по двум причинам. Во-первых, потому что, не предполагая возможности фазовых переходов, трудно представить себе происхождение разных форм материи, превращения одного вида материи в другой в ходе ее развития. Во-вторых, как мы упоминали, вблизи точки фазового перехода второго рода твердое тело «ведет себя» как истинно конденсированная система, не сводимая к газу (частиц или квазичастиц). Опыт описания системы многих тел в этих условиях\*), пожалуй, единственный источник идей, пригодных для описания систем, которые не удастся мысленно разложить на составные части и потому требующих специфического подхода. А он необходим и в теории элементарных частиц, и в космологии. Обмен идеями проявляется во взаимном интересе физиков-теоретиков к результатам своих коллег из, казалось бы, бесконечно удаленных областей науки. На пути обмена идеями стоит много препятствий: статьи печатаются в разных журналах, конференции, как правило, проводятся по «ведомственному» признаку: либо по физике твердого тела, либо по элементарным частицам, либо по космологии... Но наиболее опытные физики-теоретики преодолевают эту разобщенность и служат

---

\*) Мы не имели возможности остановиться на этом вопросе ни в самой книге, ни в Послесловии, так как до настоящего времени еще не возникли адекватные наглядные образы, пригодные для описания «на пальцах» поведения микрочастиц вблизи критических точек макросистемы.

своеобразными опылителями, перенося продуктивные идеи из одной области в другую.

Аппарат теоретической физики — математика. Физическая идея становится материальной силой только тогда, когда она обретает математическое оформление. Иногда математика непосредственно, без больших затруднений следует из физической идеи. Но иногда для реализации физической идеи приходится разрабатывать или даже создавать специальный математический аппарат. Эта сторона деятельности физиков-теоретиков вовсе не нашла отражения в книге. Так произошло главным образом потому, что об аппарате теоретической физики рассказать популярно попросту невозможно \*).

И все же — одно утверждение. В те годы, когда писалась книга, наибольшее внимание физиков-теоретиков было обращено на решение линейных задач (определение энергетического спектра, вычисление линейного отклика и т. п.). Нелинейные задачи с характерным для них «индивидуализмом» (необходимость находить специфический способ решения каждой задачи) оставались как бы в стороне от квантовой теории твердого тела. Просмотрев любой учебник по теории твердого тела, в этом легко убедиться.

За прошедшие годы ситуация резко изменилась. Нелинейные задачи проникли в физику твердого тела и укрепились в ней «надолго и всерьез». Солитоны в магнетиках, уединенные волны, аттракторы, точки бифуркации — все это встречается в работах по физике твердого тела не менее часто, чем привычные магноны, фононы и электроны проводимости. Исследованию нелинейных свойств твердых тел посвящено множество работ. Поскольку постепенно было выяснено, что нелинейные задачи, как и линейные, обладают большой общностью (в какой-то мере они потеряли свой индивидуализм), то обнаружилось ранее неизвестное сходство — скажем, в поведении системы параметрически возбужденных магнонов и определенных экосистем. Или, исследуя поведение системы спинов в спиновых стеклах, нашли пути к пониманию природы памяти.

---

\*) Но очень хотелось бы. Особенно потому, что можно было бы привести нетривиальные примеры из творчества Ильи Михайловича: он не только умел прекрасно использовать имеющийся готовый математический аппарат, но и несколько раз в жизни оказался творцом новых математических методов.

...По-видимому, мы делаем только первые шаги в понимании физических свойств макроскопических систем микроскопических частиц. Хотя рождение физики твердого тела следует связать с работами Ньютона и Гука (семнадцатый век), физика твердого тела — молодая наука, скорее всего, даже не достигшая зрелости. Число работ по физике твердого тела растет, не иссякают новые открытия, все более успешно результаты физики твердого тела используются в технологии и технике. Причем характерно, что если раньше твердое тело служило главным образом конструкционным материалом, то теперь (во второй половине двадцатого века) твердое тело со своими тонкими квантовыми динамическими свойствами становится активным элементом устройств и приборов. На этом пути, несомненно, все впереди...

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие ко второму изданию	3
Введение .	7
Из чего состоит?...	8
Фотоны .	11
Бозоны и фермионы	14
Квантовая статистика	15
Газ фермионов (ферми-дираковское вырождение)	17
Газ бозонов (бозе-эйнштейновское вырождение)	18
Энергетический спектр	20
Фононы	23
Фононы в гелии	29
Магноны и др.	30
Электроны. Энергетические зоны	32
<i>p</i> -пространство .	35
Металлы (проводники), изоляторы, полупроводники и полуметаллы	36
Электроны и дырки	40
Ферми-жидкость Ландау	42
Еще раз об электронах и дырках	44
Волны в электронном газе	45
Экситоны .	47
Полярон, флуктуон и др. .	48
Промежуточный финиш	50
Квазичастицы сталкиваются	52
Дополнительные осложнения	56
Отступление о фазовых переходах . . .	62
Квантовый кристалл. Квантовая диффузия. Вакансионны	67
Незатухающие макроскопические движения	73
Заключительные замечания. Физика твердого тела и молекулярная биология	78
Послесловие ко второму изданию . . . . .	81

Научно-популярное издание

*КАГАНОВ Моисей Исаакович*  
*ЛИФШИЦ Илья Михайлович*

## **КВАЗИЧАСТИЦЫ**

**Идеи и принципы квантовой  
физики твердого тела**

Заведующий редакцией *Н. А. Носова*  
Редактор *Г. М. Карасева*  
Художественный редактор *Л. Н. Романенкова*  
Технический редактор *Е. В. Морозова*  
Корректор *И. Я. Кришталь*

ИБ № 41033

Сдано в набор 17.05.89. Подписано к печати 29.09.89.  
Формат бумаги 84×108/32.  
Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая.  
Усл. печ. л. 5,04. Усл. кр.-отт. 5,25. Уч.-изд. л. 4,9.  
Тираж 25 500 экз. Заказ № 3005 Цена 25 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»  
Главная редакция физико-математической литературы  
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука»,  
121099 Москва Г-99, Шубинский пер., 6

Не пользуясь языком математических формул, авторы излагают идеи и представления современной квантовой теории твердого тела. Главное внимание уделено квазичастицам — квантам элементарных возбуждений в твердых телах. Задача книги — показать, как объясняются разнообразные свойства твердых тел.

По сравнению с первым изданием книга дополнена предисловием об академике И. М. Лифшице и послесловием, содержащим перечисление и описание успехов физики твердого тела за последнее десятилетие.

